

MARIANO GONZÁLEZ SÁNCHEZ  
ENRIQUE RÚA ALONSO DE CORRALES

*Universidad San Pablo CEU*

ACCÉSIT PREMIO ESTUDIOS FINANCIEROS 2000

**Extracto:**

**L**AS acciones rescatables poseen el derecho a ser rescatadas a petición del emisor, del accionista o de ambos, según unas condiciones prefijadas. La Ley de Reforma del Mercado de Valores de finales de 1998 permite que las sociedades cotizadas puedan emitir esta clase de títulos.

En este trabajo comenzamos analizando su regulación mercantil y contable, tanto a nivel nacional como internacional, con la intención de buscar antecedentes y desarrollar la normativa aplicable. Desde el punto de vista contable, el principal problema es que la normativa nacional resulta insuficiente para obtener conclusiones, por lo que completamos el estudio con la normativa internacional.

Desde el prisma financiero analizamos las características que presentan estos títulos para, de este modo, determinar a qué productos financieros se asemejan. Así al considerar los factores de riesgo, que influyen sobre su valor (tiempo, riesgo de crédito, rentabilidad, correlaciones existentes entre los factores, etc.), obtenemos las opciones implícitas en estas acciones. De esta manera, para valorar estos instrumentos financieros empleamos como método de valoración, de las opciones resultantes, la simulación de Monte Carlo y, finalmente, testamos estos modelos sobre la acción de Unión Fenosa.

---

## Sumario:

---

- I. Aspectos mercantiles.
    1. Antecedentes.
    2. Regulación de las acciones rescatables.
      - 2.1. Emisión de acciones rescatables.
      - 2.2. Amortización de acciones rescatables.
  - II. Aspectos financiero-contables.
    1. Características financieras de las acciones rescatables.
      - 1.1. Derechos del accionista rescatable.
      - 1.2. Obligaciones del accionista rescatable.
      - 1.3. Definición financiera de las acciones rescatables.
      - 1.4. Clasificación financiera de las acciones rescatables.
    2. Contenido contable.
    3. Tratamiento de estas operaciones en la normativa contable.
      - 3.1. Normativa nacional.
      - 3.2. Normativa internacional.
    4. Casuística contable.
      - 4.1. Emisión y suscripción de los títulos.
      - 4.2. Correcciones valorativas al cierre.
      - 4.3. Amortización de las acciones.
      - 4.4. Derecho preferente de suscripción.
  - III. Valoración de las acciones rescatables.
    1. Factores de riesgo.
      - 1.1. Tiempo.
      - 1.2. Riesgo de crédito.
      - 1.3. Rentabilidad.
      - 1.4. Correlaciones.
    2. Métodos de valoración.
      - 2.1. Procesos estocásticos.
      - 2.2. Resolución.
      - 2.3. Aplicación de las técnicas de antítesis y de control.
    3. Efectos sobre los acreedores.
    4. Análisis empírico del valor de las acciones rescatables.
      - 4.1. Determinación del modelo.
      - 4.2. Aplicación práctica al mercado.
  - IV. Sumario y conclusiones.
- Bibliografía.
- Anexos.

## I. ASPECTOS MERCANTILES

### 1. Antecedentes.

Las acciones rescatables son aquellos títulos que, representando una parte del patrimonio de la sociedad, son emitidos con el derecho a ser rescatados a petición del emisor, del accionista o de ambos, según unas condiciones prefijadas.

Su origen se encuentra en las *redeemable stock*<sup>1</sup> americanas, que pueden ser de dos tipos:

- *Convertible adjustable preferred stock* (CAPS): además de su condición de rescatables, otorgan un dividendo acumulativo y variable en función de un índice (similar a un bono).
- *Convertible exchangeable preferred stock*: combinan el privilegio del emisor de convertirlas en deuda, con el del inversor para convertirlas en acciones ordinarias.

Otros títulos similares son las *retractable preferred shares* (RPS) canadienses, que otorgan a su poseedor los derechos ordinarios más el de rescate de los títulos. Dentro de sus principales características podemos destacar:

- Derecho de rescate en posesión del suscriptor y, en algunos casos, de la sociedad emisora (*callable retractable stock*).
- Reembolso a una fecha establecida<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Las *puttable equity* es cuando únicamente lo posee el tenedor y ayuda a la colocación del título en el mercado.

<sup>2</sup> Plazo habitual de rescate de 5 o 6 años desde la emisión, siendo normal establecer una amortización escalonada.

- Devolución del nominal más una prima de rescate.
- La amortización puede producirse mediante la emisión de nuevas acciones.

En Europa, aparecen las *redeemable shares* en Gran Bretaña (Ley Compañías de 1929). Actualmente están reguladas en la Ley de 1981, Parte V, Capítulo VII y Sección 159. Esta regulación tiene como principales características las siguientes:

- Pueden ser emitidas por cualquier sociedad anónima (se recoge estatutariamente), exigiéndose que existan acciones no rescatables ya emitidas o que se vayan a emitir.
- Desembolso total en la suscripción.
- Con fecha determinada de rescate o a voluntad de la sociedad emisora.
- El valor de rescate se estima según las condiciones prefijadas (nominal o nominal más prima de rescate) <sup>3</sup>.
- La amortización debe realizarse con cargo a recursos libres, beneficios o reservas (capital *redemption reserve*), que pasan a ser indisponibles; o con recursos obtenidos mediante ampliación de capital.

La Segunda Directiva del Consejo Europeo de 13 de diciembre de 1976, tendente a coordinar las garantías exigidas en los Estados miembros en materia de sociedades, regula la posibilidad de emisión de acciones rescatables o recuperables, dando respuesta al Derecho británico que ya recogía su emisión. Dentro de esta norma podemos destacar las siguientes características:

- Las condiciones de rescate deben estar contempladas en los Estatutos Sociales o en la Escritura de Constitución de la sociedad.
- Las acciones deben estar totalmente desembolsadas desde su suscripción.
- La amortización o rescate deberá realizarse:
  1. Con sumas distribuibles, en cuyo caso deberá crearse una reserva por importe del valor nominal de las acciones rescatadas, de la que únicamente podrá disponerse para aumentar capital.
  2. Mediante una nueva emisión de acciones, que financie la recuperación de los títulos.

---

<sup>3</sup> Debemos tener en cuenta que el Derecho británico reconoce dos conceptos distintos de capital:

- a) Capital autorizado (*authorized capital*), recogido en estatutos: máximo capital a emitir por la sociedad.
- b) Capital emitido (*issued capital*): efectivamente emitido y recogido contablemente.

La amortización de acciones rescatables supone la disminución del capital emitido, no del autorizado.

- En el valor de rescate puede preverse el abono de una prima, que también será deducida de las sumas disponibles.
- La recuperación será objeto de publicidad, según la legislación de los Estados miembros.

El Derecho societario español, tras su entrada en la Comunidad Económica Europea en 1986, se adaptó a las directrices comunitarias. La Ley de Sociedades Anónimas (LSA), que databa de 1951, no recogía ninguna referencia a las acciones rescatables. En su adaptación de 1989, mediante la aprobación del Texto Refundido de la LSA, tampoco se hizo mención a las mismas. Sin embargo, hay que destacar que en el anteproyecto de la LSA de 1987 sí estaban recogidas, aunque finalmente se eliminaran del texto definitivo. Las características que recogía el anteproyecto eran:

1. Posibilidad de emisión por cualquier sociedad anónima, siempre que estuviera fijado en Estatutos, donde además deberían recogerse las condiciones del rescate (plazos, valor de reembolso, etc.).
2. Desembolso íntegro en la suscripción.
3. Procedimientos de amortización contemplados:
  - Con cargo a beneficios o reservas libres; dotando una reserva indisponible, por el nominal de las acciones amortizadas. Cuando éstos no fueran suficientes, se distribuirían entre las acciones a rescatar, produciéndose una amortización parcial del título o una reducción del valor nominal.
  - Mediante la emisión de nuevas acciones.
  - Caso de no existir reservas o beneficios disponibles para realizar la reducción, o no se emitieran acciones para financiar el rescate, éste se llevaría a cabo según las condiciones previstas por la legislación para el caso de amortización de acciones por devolución de aportaciones.

Fueron varias las opiniones a favor y en contra de la permisibilidad de emisión de estos títulos por nuestra legislación. Como indica FERNÁNDEZ DEL POZO (1990), sus defensores argumentaban lo siguiente:

- Nuestro Derecho ya contemplaba la amortización de acciones por reembolso, dotando una reserva indisponible para cubrir la reducción (art. 167.4 de la LSA).
- El aumento y reducción de capital simultáneo también estaba contemplado en nuestra legislación, en la llamada «operación acordeón» (art. 169 de la LSA), asimilable a la propuesta de emitir acciones para financiar el rescate.

- El hecho de emitir acciones *ad tempus*, es decir, con plazo de amortización, está también contemplado, ya que puede constituirse una sociedad con vida limitada, y al finalizar ésta, las acciones son rescatadas (cuota de liquidación). Además, hay que tener en cuenta que la condición de «rescatable», implícitamente, la tienen todas las acciones, pues es posible su amortización por acuerdo de la Junta General de Accionistas.
- Ya existen otras posibilidades de rescate, a favor del accionista, previstas en nuestra legislación, por ejemplo, cuando ejerce el derecho de separación (por cambio de objeto o domicilio social, etc.), y a favor de la sociedad, por incumplimiento de las obligaciones sociales del socio (impago de los dividendos pasivos).

GARCÍA CRUCES (1999) cree, sin embargo, que estos títulos no están acorde con nuestro modelo societario y, que antes de permitir su emisión, debería comprobarse si son necesarios y, en caso afirmativo, analizar las opciones existentes y valorarlas, puesto que las acciones rescatables no tienen tradición ni acoplamiento en nuestro Derecho. Éste será nuestro objetivo.

Antes de comenzar a analizar la reforma producida en 1998 que permite la emisión de acciones rescatables a las sociedades cotizadas, presentamos, según los antecedentes existentes tanto en el ámbito europeo como de otros países, un marco general de emisión de estos títulos:

- La posibilidad y condiciones básicas de emisión, así como el procedimiento de rescate, deberán estar recogidos en los Estatutos Sociales.
- En la emisión debe fijarse:
  1. Quién posee el derecho de rescate (sociedad emisora, suscriptor o ambos).
  2. Plazo máximo de ejercicio y fechas en las que se puede ejercer tal derecho, teniendo en cuenta que resulta inviable el ejercicio en solitario.
  3. Valor de rescate, pudiendo ser distinto del nominal (con prima de rescate), e incluso variable, en función de un valor medio de cotización, su valor contable en una determinada fecha, etc.
- Procedimientos de amortización de las acciones:
  1. Utilizando recursos disponibles (beneficios o reservas de libre disposición), en cuyo caso, se creará la correspondiente reserva indisponible tras la amortización de las acciones, con el objetivo último de proteger a los acreedores, manteniendo el neto indisponible.
  2. Mediante los recursos obtenidos en una ampliación de capital, que protegerá también las garantías de terceros.

## 2. Regulación de las acciones rescatables.

La Ley de Reforma del Mercado de Valores permite que las sociedades cotizadas puedan emitir acciones con la posibilidad de ser rescatadas. Tales títulos vendrán regulados por el régimen general para las acciones, previsto en la LSA, más los artículos 92 bis y 92 ter que incorpora la mencionada reforma.

### 2.1. Emisión de acciones rescatables.

Las sociedades anónimas que coticen en Bolsa podrán emitir acciones rescatables cumpliendo los siguientes requisitos:

#### a) Límite de emisión.

Las sociedades cotizadas pueden emitir acciones rescatables «...por un importe nominal no superior a la cuarta parte del capital social...», según indica el artículo 92 bis de la LSA.

Ante este límite de emisión, cabe la duda sobre si se refiere al capital escriturado o desembolsado. En el supuesto de referirse al desembolsado, creemos que lo especificaría la propia Ley como hace para las acciones sin voto en el artículo 90 de la LSA. Además si se emiten mediante ampliación de capital para obtener nuevas aportaciones, por Ley, el capital emitido anteriormente debe estar totalmente desembolsado. Es más problemático conocer si el límite de emisión incluye o no el capital rescatable a emitir. Esto es fundamental, pues en función de la interpretación dada, el límite máximo de acciones a emitir variará, como se demuestra en el siguiente ejemplo:

- Cuando la sociedad no tiene acciones rescatables emitidas:

Capital ya emitido: 100.000 euros (10.000 acciones de 10 euros de nominal)

1) Si las acciones a emitir no se consideran dentro del límite, podría emitir rescatables de nominal 25.000 euros (25% del capital ya emitido), quedando el capital después de la ampliación en 125.000 euros, siendo el importe de las acciones rescatables el 20% sobre el capital ya ampliado o total.

2) Si entran en el límite, se calcularía la cuantía máxima a emitir:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Capital emitido} + \text{capital rescatable a emitir} = \text{nuevo capital} \\ 25\% \text{ nuevo capital} = \text{capital rescatable a emitir} \end{array} \right\}$$

$$\begin{cases} 100.000 \text{ euros} + X = Y \\ 0,25 \cdot Y = X \end{cases}$$

$X$  (nominal acciones rescatables a emitir) = 33.333,33 euros

$Y$  (total capital ya ampliado) = 133.333,33 euros

De esta forma, las acciones rescatables emitidas suponen el 25% del capital ya ampliado o total.

- Cuando la sociedad ya tiene acciones rescatables emitidas:

Capital ya emitido: 100.000 euros

(10.000 acciones de 10 euros de nominal = 9.000 ordinarias + 1.000 rescatables)

- 1) Si las acciones a emitir no están dentro del límite, se podrán emitir rescatables de nominal 25.000 euros (25% capital inicial), como ya existen rescatables emitidas por 10.000 euros de nominal, podría emitirse tan sólo por 15.000 euros más, quedando el capital ampliado en 115.000 euros, siendo las acciones rescatables totales de 25.000 euros (21,74% del nuevo capital total).
- 2) Si entran en el límite, se calcularía la cuantía máxima a emitir:

$$\begin{cases} (\text{Capital emitido no rescatable} + \text{capital emitido rescatable}) + \text{capital} \\ \text{rescatable a emitir} = \text{nuevo capital} \\ 25\% \text{ nuevo capital} = \text{capital emitido rescatable} + \text{capital rescatable a} \\ \text{emitir} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (90.000 \text{ euros} + 10.000 \text{ euros}) + X = Y \\ 10.000 \text{ euros} + X = 0,25 \cdot Y \end{cases}$$

$X$  (nominal acciones rescatables a emitir) = 20.000 euros

$Y$  (total del capital ya ampliado) = 120.000 euros

De esta forma, si se emiten rescatables por nominal de 20.000 euros, las acciones rescatables emitidas supondrían un total de 30.000 euros, lo que supone el 25% del capital ya ampliado o total.

Parece razonable pues, entender que el límite de emisión incluya también las acciones a emitir en la ampliación, ya que de no hacerlo, el nominal de las acciones rescatables no alcanzaría nunca el 25% del capital final.

En resumen, el sistema que puede plantearse, con dos incógnitas, para estimar la cuantía máxima a emitir de acciones rescatables, sería el siguiente:

$$\left\{ \begin{array}{l} (CENR + CER) + CRE = NC \\ 25\% NC = CER + CRE \end{array} \right\}$$

Donde:

$CENR$  = Capital emitido no rescatable  
 $CER$  = Capital emitido rescatable  
 $CRE$  = Capital rescatable a emitir (incógnita)  
 $NC$  = Capital tras la ampliación (incógnita)

Caso que la sociedad sea parcialmente cotizada, es decir, que la totalidad de sus títulos no están sujetos a negociación en un mercado secundario, debería tenerse en cuenta que el límite de emisión sería del 25% del nominal de las acciones cotizadas.

*b) Condiciones del derecho de rescate.*

Desde la emisión, la sociedad debe fijar todas las condiciones del rescate. Sin embargo, nuestra legislación olvida el precepto, recogido en la Directiva Comunitaria, que obliga a recoger en Estatutos Sociales dicha posibilidad, en donde además se regularán las condiciones del rescate. Será pues necesario completar nuestra legislación, y exigir que previamente a la emisión, se recoja tal posibilidad y las condiciones del rescate estatutariamente <sup>4</sup>.

Las principales condiciones del rescate que deben fijarse, siguiendo el marco general que fue establecido anteriormente, son:

- Quién puede ejercer el derecho de rescate y plazos para su ejercicio.
- Valor de rescate.

b.1) Quién puede ejercer el derecho de rescate y plazos de ejercicio.

El derecho de rescate incorporado a la acción podrá ser ejercido por el accionista, la sociedad emisora, o ambos. Caso que únicamente lo tuviera el emisor no lo podrá ejercer antes de 3 años desde la fecha de emisión.

<sup>4</sup> También se deben fijar las condiciones de rescate en Estatutos como medida de protección a terceros (acreedores y otros accionistas), y proporcionar transparencia al mercado.

Si lo posee el emisor, entendemos que deben fijarse desde la emisión los plazos o fechas para su ejercicio, ya que, de no hacerlo, se plantearía la duda sobre qué órgano social debería tomar la decisión del ejercicio del rescate.

Si es a voluntad del accionista, parece, salvo que estatutariamente o en las condiciones de emisión se fijara otro procedimiento, que libremente podrá solicitar el rescate en cualquier fecha. Sin embargo, ese planteamiento no sería aplicable en la práctica, y quizás es más razonable pensar que los titulares de las acciones deberán ejercer de forma colectiva el derecho de rescate por aprobación en junta especial, donde únicamente votarán estos socios. No olvidemos, que al ejercer tal derecho la sociedad debe aprobar la reducción de capital que se produce al amortizar las acciones, ya que no cabe la delegación en administradores de las reducciones de capital, a diferencia de las ampliaciones.

Parece lógico pensar, que la Junta General de Accionistas, de forma similar a las obligaciones convertibles, donde el derecho de conversión es del obligacionista pero es la sociedad quien puede establecer los plazos y condiciones para ejercerlo (art. 294 de la LSA), que al aprobar la emisión de las acciones rescatables, debe establecer plazos y fechas e incluso fijar una amortización parcial o sistemática de los títulos.

#### b.2) Valor de rescate.

El valor de rescate será la cuantía que la sociedad reembolsará al poseedor del título para efectuar el rescate. Deberá fijarse en las condiciones de emisión, aunque la Ley no especifica cuál debe ser, ni cómo debe fijarse.

La II Directiva Comunitaria establece la posibilidad de que existiese una prima de rescate, es decir, que el reembolso de las acciones fuese por encima de su nominal. Si nos basamos en otras legislaciones llegamos a la conclusión de que el valor de rescate podría ser:

- Fijo: nominal o nominal más una prima, denominada «prima de rescate».
- Variable: desde un valor de cotización medio de la acción en un período de cómputo, hasta el valor contable del título calculado en función del último balance aprobado.

En cualquier caso, el capital, una vez efectuado el rescate, debe reducirse por el nominal de las acciones amortizadas, debemos además recordar que en ningún caso la acción puede tener intereses implícitos, tal y como prohíbe el artículo 50 de la LSA, por tanto, en el momento de la amortización de las acciones rescatadas, la diferencia que pudiera existir entre el valor de rescate y el nominal deberá incrementar o disminuir reservas disponibles, aplicando por analogía la compra de acciones propias por parte de la sociedad (valor de cotización), y su posterior amortización.

*c) Desembolso íntegro en la suscripción.*

No se permite que las acciones rescatables tengan dividendos pasivos pendientes, siendo obligatorio su desembolso íntegro en la suscripción. Así se evita cualquier problema derivado de la posibilidad de que alguno de estos títulos pudiera entrar en mora, al mismo tiempo éste es un requisito imprescindible para la cotización en el mercado.

*2.2. Amortización de acciones rescatables.*

El rescate de las acciones supondrá su amortización y consiguiente reducción del capital. La amortización podrá ser (art. 93 ter de la LSA):

1. Con cargo a beneficios o reservas libres, dotando una reserva por el nominal de las acciones amortizadas.
2. Mediante nueva emisión de acciones, para obtener aportaciones dinerarias que financien el rescate.
3. Caso de no existir reservas disponibles suficientes, y no emitir acciones para financiar la operación, deberá hacerse cumpliendo los requisitos fijados legalmente para una reducción por devolución de aportaciones <sup>5</sup>.

Si defendemos la postura de que la Junta de Accionistas, en el momento de emisión, aprueba no sólo la ampliación, sino también la reducción máxima que podría producirse cuando los títulos sean amortizados, según los plazos establecidos (como en las obligaciones convertibles), no será necesario al amortizar los títulos, que la Junta apruebe la reducción, siendo ejecutada por los administradores e inscrita en el Registro Mercantil.

*a) Amortización con cargo a reservas disponibles o beneficios.*

Cuando la sociedad opte por esta vía para amortizar los títulos rescatables, deberá crear una reserva por el valor nominal de las acciones rescatadas. La Ley no determina la indisponibilidad de tal reserva, aunque debemos considerarla como tal, por aplicación del artículo 167.3 de la LSA, que indica que cuando se amorticen acciones con cargo a beneficios o reservas disponibles, debe dotarse una reserva por el nominal de las acciones amortizadas, reserva que será tan indisponible como el propio capital.

---

<sup>5</sup> Deberán cumplirse todas las condiciones legales exigidas para la operación de reducción por devolución de aportaciones, en especial, en lo referente al derecho de oposición de los acreedores.

Con la creación de la reserva el neto indisponible no varía y, en consecuencia, los acreedores no pueden ejercer el derecho de oposición que la Ley les reconoce en las reducciones de capital por devolución de aportaciones. Si el reembolso fuese con prima de rescate, también se reducirían reservas disponibles de la sociedad.

Sería recomendable, si la sociedad opta por este procedimiento, que fuera creando una reserva estatutaria en función del calendario de amortización de los títulos, con el objetivo de tener recursos disponibles para su amortización.

*b) Amortización por emisión de nuevas acciones.*

A través de este procedimiento la sociedad busca nuevas aportaciones que financien la amortización de las acciones rescatables.

Aunque la Ley no fija condiciones para la ampliación, según los objetivos de la misma, podrían establecerse las siguientes características:

1. La contraprestación será dineraria, para cubrir la amortización de las rescatables, pues se trata de una amortización por reembolso.
2. Las acciones a emitir podrán ser rescatables, respetando los límites de emisión o de cualquier otra clase.
3. El importe desembolsado en la ampliación deberá ser mayor o igual al valor de rescate a reembolsar.
4. El nominal de las acciones emitidas deberá ser mayor o igual al nominal de las acciones rescatables amortizadas. De esa forma, se aseguran las garantías de los acreedores.

Esta operación debe además respetar las condiciones generales para las ampliaciones de capital por emisión de acciones con el objetivo de percibir nuevas aportaciones dinerarias.

*c) Reducción por devolución de aportaciones.*

Si no se pudiera amortizar de ninguna de las formas anteriores, habría que proceder a una reducción por devolución de aportaciones, cumpliendo lo establecido en la Ley.

Parece desprenderse que, esta última alternativa, únicamente se utilizará cuando no existan recursos libres suficientes, o cuando la ampliación de capital realizada para financiar el rescate, no haya sido suscrita en su totalidad, por tanto ésta no es una vía alternativa sino condicionada a las dos anteriores.

Cabría además preguntarse ¿qué ocurriría si en los dos primeros procedimientos no se cubriese el rescate de forma completa?, ¿debería acudir al tercero de forma parcial o por la totalidad? Aplicando la norma de forma literal («... no existiesen beneficios o reservas libres en cantidad suficiente...»), sería factible una amortización parcial de los títulos, aunque resultaría complicado. Por lo tanto, podría recurrirse a una fórmula mixta en donde la sociedad utilizara recursos libres, ampliase capital e incluso tuviera que amortizar acciones siguiendo el régimen general de reducciones de capital.

## II. ASPECTOS FINANCIERO-CONTABLES

### 1. Características financieras de las acciones rescatables.

Para analizar las características financieras de estas acciones, es preciso estudiar previamente cuáles son los derechos y obligaciones que confieren, y las diferencias respecto a los que poseen las acciones ordinarias.

En las acciones ordinarias se distinguen, según su contenido, tres tipos de derechos, así tenemos los derechos políticos (voto y asistencia a Junta General de Accionistas), económicos (dividendo y cuota liquidativa) y mixto (derecho preferente de suscripción). Por lo que respecta a las obligaciones, sólo existe la relativa al desembolso del valor de emisión, en el tiempo y forma acordados.

#### 1.1. Derechos del accionista rescatable.

Si buscamos la correspondencia de los derechos de la acción ordinaria en la rescatable, encontramos:

1. Los *derechos políticos* serán los mismos, ejercidos igualmente en función del valor nominal.
2. En cuanto al *derecho mixto*, derecho preferente de suscripción de nuevas acciones y obligaciones convertibles, también coincidirá con el de las ordinarias.
3. Pero en lo relativo a los *derechos económicos* existen algunas diferencias:
  - El derecho a participar en las ganancias sociales (dividendo) será igual al de las ordinarias, pero como luego se analizará, tendrá un carácter financiero distinto.

- El derecho a participar en la cuota liquidativa varía, puesto que estos títulos son reembolsados por un valor de rescate fijado, con independencia de la liquidación de la empresa.
- Aparece un nuevo derecho, el de rescate, siempre que la solicitud de amortización la tenga el accionista.

Ante estas diferencias surgen una serie de cuestiones:

1. Un inversor que se plantee la posibilidad de adquirir acciones rescatables, ¿estaría dispuesto a suscribirlas sobre la par, esto es, con prima de emisión?
2. Dado que los títulos son reembolsables por su valor de rescate, ¿cuál es la política de dividendos óptima para un inversor potencial? y, ¿es común a la del accionista ordinario?

### 1.2. Obligaciones del accionista rescatable.

Las obligaciones respecto a las acciones ordinarias varían en:

- El desembolso del compromiso adquirido en la suscripción, valor de emisión del título, se hará íntegramente en el momento inicial, de manera que no existe posibilidad de aplazamiento. Esto, sin duda alguna, vuelve a justificar que el dividendo sea un elemento fundamental para estos títulos, por cuanto dicha rentabilidad se abona sobre el valor nominal desembolsado.
- Aparece una nueva obligación, la de acudir al rescate de las acciones cuando el derecho lo posee la entidad emisora de los títulos.

Después de analizados los derechos y obligaciones de las acciones rescatables, cabe la posibilidad de considerar estos títulos como una mezcla de neto y pasivo, para su emisor, ya que si bien son una participación en la propiedad, no dejan de tener ciertas semejanzas con los pasivos:

- Desembolso total (nominal del préstamo).
- Dividendo es un factor clave (tipo de interés).
- Serán amortizadas (plazo del préstamo).

De lo anterior podemos extraer una serie de conclusiones a modo de resumen, que posteriormente puede servirnos para establecer las características financieras de las acciones rescatables:

- a) La política de dividendos es un factor fundamental, teniendo en cuenta que la rentabilidad del título también puede venir a través del valor de rescate o reembolso prefijado.
- b) Para su emisor son títulos que se sitúan entre el neto y el pasivo.
- c) ¿Tiene sentido la emisión sobre la par?
- d) Aparece un derecho o/y obligación de rescate.

### 1.3. Definición financiera de las acciones rescatables.

Una vez fijados los elementos básicos, desarrollaremos la casuística con la intención de definir financieramente estas acciones. Para delimitar los casos potenciales que pueden plantearse diferenciamos entre el momento de suscripción ( $t=0$ ) y cualquier otro momento posterior ( $t \neq 0$ ).

En  $t=0$  la cuestión fundamental es ¿por qué un inversor va a suscribir acciones rescatables en lugar de ordinarias? La respuesta pasa por tres factores:

#### 1. Rentabilidad alta vía dividendos. Esto significa que:

- El *pay-out* de la empresa sería superior al resto de empresas con igual grado de solvencia, puesto que si existe otra entidad de iguales características pero con mayor o igual dividendo, entonces el inversor elegiría esta segunda sociedad, ya que la remuneración sería mayor para un mismo nivel de riesgo de solvencia.
- El dividendo debe ser superior a la tasa de interés libre de riesgo en una cuantía que compense el riesgo de crédito, es decir, el menor grado de solvencia de la sociedad respecto del emisor público.
- Además habrá que tener en cuenta la rentabilidad obtenida en el rescate del título, como diferencia entre el valor de rescate y el de emisión.

#### 2. Que exista riesgo de liquidez de las acciones ordinarias de la empresa emisora. Aunque éste no es un factor de obligado cumplimiento, tiene una especial relevancia cuando acontece. Si para deshacer una inversión en acciones ordinarias debe asumirse una pérdida por falta de liquidez en dicho título, y dado que las acciones rescatables tienen garantizado su reembolso sin fluctuación alguna por cuestiones de mercado (salvo que el valor de rescate fuera variable), entonces, puede decirse que las rescatables presentan un menor riesgo de liquidez que las ordinarias, lo que hará más atractivo este tipo de títulos. Lógicamente, dentro del grupo de sociedades que cotizan (únicas que pueden emitir este tipo de acciones), esta prima por riesgo de liquidez sólo se presentará en compañías de menor representación bursátil.

3. Como la amortización del título se realizará por un valor de rescate prefijado, ningún inversor estaría dispuesto a desembolsar una cuantía superior como inversión, salvo que, y a pesar de la prima de emisión, la Tasa Interna de Retorno (TIR) de la acción fuese superior a la tasa libre de riesgo más la compensación por riesgo de crédito y al dividendo más alto de las entidades con igual grado de solvencia. Si esto lo formulamos quedaría:

$$0 = -(N + P) + \sum_{t=1}^n \frac{E_0(F_t)}{(1 + R)^t} \Rightarrow R > \begin{cases} \text{máx}(R^*) \\ r + c \end{cases}$$

Donde  $N$  es el valor nominal;  $P$  la prima de emisión;  $E$  representa la esperanza hoy de un flujo futuro;  $F$  sería cada uno de los flujos futuros que percibiría el accionista (dividendos y valor de rescate);  $R$  la TIR de la acción;  $R^*$  son las TIRs de las acciones ordinarias del resto de empresas con igual grado de solvencia;  $r$  es la tasa libre de riesgo y  $c$  la prima por riesgo de crédito.

Como se pone de manifiesto nuevamente, la decisión de inversión dependerá de los flujos de caja esperados (dividendos y valor de rescate). Pero además, hay que tener en cuenta que si estas acciones se emiten sin prima, entonces el derecho de suscripción tendrá un mayor valor, lo que las hará atractivas para el antiguo accionista que desee liquidar parte de su inversión, en cambio, resultarán más caras para cualquier inversor potencial ya que previamente debe adquirir los derechos.

Por lo que respecta a cualquier otro momento distinto de la suscripción ( $t \neq 0$ ), la casuística que puede presentarse hace referencia al ejercicio del derecho de rescate. En este sentido distinguimos las siguientes posibilidades:

1. Si el *derecho de rescate lo posee el accionista*. En este caso, el inversor sólo ejercerá su derecho si la TIR ( $R$ ) de sus acciones es inferior a la tasa libre de riesgo más la prima por riesgo de crédito ( $r+c$ ), o bien el precio de mercado de las acciones ordinarias baja por debajo de un nivel que ponga de manifiesto una caída de los flujos de caja que se espera genere la compañía. Esto último también puede interpretarse como una menor solvencia de la entidad, como veremos posteriormente.
2. Si el *derecho de rescate lo posee sólo la sociedad emisora* (no podrá ejercerlo antes de transcurrido un plazo de 3 años desde la emisión). En este supuesto, la entidad ejercerá el derecho de rescate cuando la financiación de mercado sea más barata que el coste de las acciones rescatables, esto es, cuando la TIR sea superior a ( $r+c$ ). Por tanto, se trata del caso opuesto al anterior.
3. Si el *derecho de rescate lo poseen ambas partes*. En principio esta posibilidad carece de sentido, ya que cuando la operación es rentable para una de las partes, no lo es para la otra. Sólo cabría alguna excepción si el punto de corte entre la TIR y ( $r+c$ ) no fuese único o,

dicho de otra manera, la TIR del accionista no coincidiese con la estimada por la entidad. Esto podría deberse a la diferente fiscalidad de la operación para las partes, puesto que para una constituye una inversión y para la otra una financiación, el accionista tributaría por el Impuesto de la Renta de las Personas Físicas y la sociedad por el Impuesto sobre Sociedades, pero esto queda fuera de nuestro estudio. Así pues, dejando de lado el efecto fiscal y demás costes transaccionales, esta opción carecería de sentido financiero.

#### 1.4. Clasificación financiera de las acciones rescatables.

Bajo las conclusiones y casuística anteriores, la clasificación financiera resultante es la siguiente:

a) Si la *opción de amortización anticipada la posee el accionista*, la acción rescatable equivale a una acción ordinaria más un derecho de rescate. Este derecho permite al inversor vender la acción por su valor de rescate en el momento que desee (o en fechas concretas fijadas en la emisión del título). Esto dentro de las finanzas modernas, se conoce como opción PUT (derecho a vender) AMERICANA (en cualquier momento) <sup>6</sup>, cuyo precio de ejercicio será el valor de rescate. Así pues, la operación en su conjunto supondrá:

- Para el accionista: una acción ordinaria adquirida más una put americana comprada.
- Para la sociedad: una acción ordinaria emitida más una put americana vendida.

b) Si la *opción de amortización la posee la sociedad emisora*, entonces ésta posee un derecho a comprar la acción por el valor de rescate, siempre que hayan transcurrido al menos 3 años desde la emisión, esto se conoce como DELAYED (3 años) CALL (derecho a comprar) AMERICANA <sup>7</sup> (en cualquier momento a partir del tercer año), cuyo precio de ejercicio será dicho valor de rescate. Así pues, la operación será:

- Para el accionista: una acción ordinaria adquirida más una *delayed call* americana vendida.
- Para la sociedad: una acción ordinaria emitida más una *delayed call* americana comprada.

<sup>6</sup> En caso de que únicamente se pudiera ejercer en una fecha establecida en las condiciones de emisión, sería una opción EUROPEA, y si se establecieran varias fechas de amortización tendríamos una opción BERMUDA.

<sup>7</sup> Igualmente sería EUROPEA si se ejerce en una fecha concreta, o BERMUDA cuando existieran varias fechas de amortización.

c) Si ambos poseen el derecho de rescate sería una suma de los dos anteriores, pero en el caso de la sociedad ya no tendría que esperar 3 años para su ejercicio y, por tanto, no sería *dela-yed*, esto es:

- Para el accionista: una acción ordinaria adquirida más una put americana comprada y más una call americana vendida.
- Para la sociedad: una acción ordinaria emitida más una put americana vendida y más una call americana comprada.

Habría que tener en cuenta que el valor de rescate de las acciones, fijado en la emisión, podrá ser:

a) *Fijo*: nominal o éste más una prima de rescate.

b) *Variable*: estableciéndose en función del valor medio del título en un período preestablecido. En este caso, como el precio de ejercicio es una media aritmética de precios históricos, se trataría de una opción pseudoasiática.

Por la relación fundamental entre opciones call y put (paridad put-call), que se define como:

{ + call – put = + acción + bono } tendríamos, caso de que ambos tuvieran el derecho:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{accionista} \rightarrow + \text{acción} - \text{call} + \text{put} = + \text{bono} \\ \text{sociedad} \rightarrow - \text{acción} + \text{call} - \text{put} = - \text{bono} \end{array} \right\}$$

Donde (+) es adquirir y (-) vender o emitir. Entonces, la posibilidad de que tanto la sociedad como el accionista posean el derecho de rescate, como ya adelantamos, carece de sentido puesto que equivale financieramente a un bono sin ningún tipo de opción.

Si ahora aplicamos la paridad put-call a los otros dos casos obtenemos:

$$\text{Derecho rescate accionista} \rightarrow + \text{acción} + \text{put} = + \text{bono} + \text{call}$$

$$\text{Derecho rescate sociedad} \rightarrow - \text{acción} + \text{call} = - \text{bono} - \text{put}$$

Así pues, puede decirse que la operación equivale a la emisión y compra de un bono cuyo cupón es variable, según los beneficios empresariales y la política de dividendos, y que presenta dos posibilidades de amortización anticipada, una cuando es a voluntad del comprador (bono «putable»), y otra cuando la sociedad lo estima oportuno (bono «callable»). Pero este bono, a diferencia de la deuda pública, presenta un riesgo de crédito o insolvencia, según el emisor.

De esta manera, la operación puede catalogarse como puente entre pasivo y neto, ya que aunque representa un derecho de propiedad y se remunera como tal, equivale a un bono con opción de amortización anticipada. Con lo que a efectos de su valoración deberá tenerse en cuenta dicha mezcla, el dividendo y el riesgo de crédito.

Pero además, como cualquier bono, a mayor riesgo de crédito, mayor ha de ser la remuneración. Asimismo, como las sociedades emisoras han de cotizar en el mercado, y dado que los precios de cotización reflejan las expectativas de los inversores sobre los flujos futuros que generarán dichas entidades, puede entonces decirse que la capacidad de generar flujos futuros estará íntimamente relacionada con la cotización.

En cuanto al riesgo de crédito, podemos definirlo como una modificación potencial en el equilibrio económico-financiero de toda empresa o, dicho de otro modo, que la relación entre el valor de los activos y el de los pasivos disminuya, de forma que el grado de solvencia de la entidad sea menor. Si a esto unimos el principio de partida doble resulta que:

$$\text{activo} = \text{neto} + \text{pasivo} \Rightarrow \text{activo} - \text{pasivo} = \text{neto}$$

Lo que financieramente representa que el valor del neto dependerá del porcentaje del valor del activo que quede tras cubrir el pasivo, así si el neto tiene su reflejo en la cotización de las acciones, debe existir una relación entre dicho precio de mercado y el grado de solvencia de la entidad.

En resumen, pretendemos valorar un bono con riesgo de crédito cuya remuneración depende de las ganancias sociales y que incorpora una opción de amortización anticipada, y como en los párrafos anteriores dedujimos, la información para llevarlo a cabo se obtendrá de la cotización del título. Además, si la opción de amortización la posee el emisor («callable») existirá un mayor riesgo de crédito para el inversor o accionista, que si la poseyera el mismo, puesto que si la marcha de la empresa no es la óptima (pérdida del grado de solvencia), ésta no estará dispuesta a renunciar a una financiación más barata que si fuese al mercado, ya que su prima por riesgo de crédito habrá aumentado.

## 2. Contenido contable.

Según las características financieras de las acciones rescatables, el inversor posee un instrumento financiero que deberá contabilizar en su activo. Este producto, dado su carácter financiero, se puede descomponer en:

1. **Acción:** inversión financiera en capital, que representa un derecho de propiedad sobre el patrimonio de la sociedad emisora.

2. **Derivado:** opción, que dependiendo de quién posea el derecho de rescate, será:

- Si lo posee el inversor: **opción put comprada** sobre la acción.
- Si lo posee el emisor: **opción call vendida** sobre las acciones.

El emisor, por su parte, habrá realizado una emisión de acciones para recibir aportaciones al patrimonio social, que serán susceptibles de ser recogidas como capital, es decir, fondos propios. Si atendemos al carácter financiero anteriormente analizado, nos encontramos con un pasivo financiero que está dividido en:

1. **Acción emitida:** será recogida como capital.

2. **Derivado:** opción, dependiendo de quién posea el derecho de rescate, será:

- Si lo posee el inversor: **opción put vendida**, es decir, opción que de ser ejercida, conllevaría la recompra de las acciones.
- Si lo posee el emisor: **opción call comprada**, es decir, opción de compra sobre las acciones emitidas, lo que supondría una opción de amortización anticipada del pasivo financiero.

En resumen, las operaciones financieras a contabilizar serían:

	<b>DERECHO RESCATE INVERSOR</b>	<b>DERECHO RESCATE EMPRESA</b>
<b>INVERSOR</b>	Inversión financiera: Acción adquirida + put comprada	Inversión financiera: Acción adquirida + call vendida
<b>EMISOR</b>	Pasivo financiero: Acción emitida + put vendida	Pasivo financiero: Acción emitida + call comprada

Sobre la base de lo anterior, los problemas contables que surgen son:

1. Para el inversor:

Como la inversión puede dividirse en dos componentes diferenciados, acción y opción, surge la duda de la contabilización conjunta o separada, además si se opta por su separación, en qué cuentas se recogería la opción considerando que:

- **Opción put comprada:** se trataría de un activo, debido a que posee el derecho de venta de los títulos.
- **Opción call vendida:** se trataría de un pasivo, puesto que el inversor tiene la obligación de vender los títulos, si la sociedad emisora ejerce su derecho de rescate.

## 2. Para el emisor:

La sociedad emisora deberá contabilizar las acciones emitidas en la cuenta de fondos propios (100) *Capital social*, valorada por el nominal de los títulos emitidos. Debe también plantearse la posibilidad de contabilizar el pasivo financiero separadamente, la acción emitida de la opción, en cuyo caso, a efectos del registro, resulta que:

- **Opción call comprada:** se trataría de un activo, ya que la sociedad tiene el derecho de comprar las acciones que previamente había emitido.
- **Opción put vendida:** se trataría de un pasivo, puesto que tiene la obligación de adquirir las acciones, si el inversor ejerce el derecho de rescate o venta.

Así pues, desde el punto de vista contable, tendríamos:

	DERECHO RESCATE INVERSOR		DERECHO RESCATE EMPRESA	
	NO SEPARAR	SEPARAR	NO SEPARAR	SEPARAR
<b>INVERSOR</b>	Inversión financiera (activo)	Inversión financiera (activo) + derecho (activo)	Inversión financiera (activo)	Inversión financiera (activo) + obligación (pasivo)
<b>EMISOR</b>	Pasivo financiero (neto)	Pasivo financiero (neto) + obligación (pasivo)	Pasivo financiero (neto)	Pasivo financiero (neto) + derecho (activo)

## 3. Tratamiento de estas operaciones en la normativa contable.

Con la intención de dar respuesta a la casuística surgida de las acciones rescatables, analizamos la normativa contable aplicable, diferenciando entre las normas nacionales e internacionales.

### 3.1. Normativa nacional.

Según hemos comprobado, el problema contable de este tipo de títulos se limita a resolver el registro y valoración de la denominada opción de rescate. Buscando una solución a esta cuestión, la normativa contable española que hemos estudiado es la siguiente:

- Circular 4/1991 del Banco de España y sus modificaciones.
- Circulares 5/1990 y 7/1990 de la Comisión Nacional del Mercado de Valores (CNMV) y modificaciones.
- Borrador de normas sobre el Tratamiento Contable de las Operaciones de Futuros del ICAC.
- Normativa AECA (Asociaciones Españolas de Administración y Dirección de Empresas).

Lo que evidenciamos, en primer lugar, es la falta de un cuerpo normativo sobre derivados en nuestro país, al cual pueda acudir con independencia de la operación, ya que los esfuerzos reguladores han tendido a normalizar operaciones concretas, siendo éste un objetivo inalcanzable dado el inmenso número de operaciones existentes. Pero a pesar de este inconveniente, hemos intentado desarrollar un marco contable general, que abarcase todas las propuestas, a partir del cual obtener una solución al problema planteado. Dicho marco general sería:

1. La opción de rescate no aparece recogida en ninguna norma explícitamente.
2. Los contratos de opciones si aparecen regulados, excepto en la normativa del ICAC, que sólo recoge los futuros. En cualquier caso, la catalogación de los contratos derivados es diferente atendiendo a dos criterios clasificadores:
  - En función del mercado en que se negocian, se diferencia entre las negociadas en mercados organizados, en los que existe un sistema de garantías y liquidación diaria de resultados, en este caso reciben diversos nombres como «negociadas en mercado» y «genuinas»; y las que no se negocian en un mercado organizado, luego serán OTC (*Over The Counter*), y se suelen llamar «no negociadas» o «no genuinas».
  - Según la **finalidad** de la operación, se habla de operaciones de «cobertura» o «vinculadas», si cumplen ciertos requisitos respecto a una operación principal, y «especulativas», «de inversión» o «no vinculadas», en caso contrario. Los requisitos para considerar que una opción es de cobertura son:
    - a) Que exista un riesgo, en nuestro caso de precio, que la opción atenúe.
    - b) Que desde el inicio de la operación de cobertura, tanto la opción como el contrato principal se identifiquen como tales y se definan sus características.

- c) En ciertas ocasiones, se permite la denominada macrocobertura, es decir, la compensación del conjunto de una cartera, aunque no es nuestro caso.
3. El tratamiento contable que puede extraerse de las normas consultadas, según la catalogación de la opción dentro de las clases del punto anterior, es el siguiente:
- La opción se recogerá en el activo por la prima pagada (opción adquirida) o por la cobrada (opción emitida o vendida).
  - Los compromisos que se deriven se registrarán en cuentas de orden, y al ser el subyacente un valor, el importe será el nominal de éste.
  - El tratamiento atiende a la clasificación, así pues:
    - Si la opción es catalogada como especulativa y no negociada en mercado organizado, los cambios de valor sólo se reconocerán en el vencimiento o ejercicio, aunque si dichos cambios al cierre fuesen negativos, debería dotarse provisión. Al respecto el borrador del ICAC sugiere una provisión para riesgos y gastos, empleando para valorar la opción alguna de las fórmulas de general aceptación.
    - Si la opción es definida como especulativa y negociada en mercado organizado, las diferencias en el valor se llevarán a resultados, de manera que la opción quedaría valorada al cierre según el criterio MTM (*Mark-To-Market*).
    - Si son denominadas de cobertura, al cierre, las diferencias de valor en la opción ajustarán el valor de la operación cubierta, a efectos de la oportuna corrección valorativa del elemento principal. Esto significa que las diferencias de valor de la opción compensarán los resultados de la operación cubierta y, por tanto, se imputarán a pérdidas y ganancias de forma simétrica a los obtenidos en la operación cubierta. A este criterio hay que añadir una excepción que presenta el borrador del ICAC con relación a las operaciones de cobertura y no negociadas en mercados organizados, puesto que para éstas, las diferencias sólo se reconocerán al vencimiento o ejercicio, en cuyo instante ajustarán el valor de la operación cubierta.
  - Otros tratamientos particulares de interés para la operación analizada, que aparecen en el borrador del ICAC, son los siguientes:
    - Cuando se garantiza el valor de reembolso, en nuestro caso el de rescate, el activo o pasivo financiero, se registrará por el menor entre dicho valor y su valor contable (precio de adquisición si es un activo y nominal si es un pasivo). La diferencia que surja entre dichos importes se registrará como ingreso a distribuir (positiva) o gasto a distribuir (negativa), imputándose a resultados según un criterio financiero. Aunque de este tratamiento excluye la cobertura de participaciones en capital, que sería el caso que nos ocupa, lo cual es lógico por cuanto la LSA prohíbe garantizar un rendimiento.

- Respecto a la cobertura de compromisos futuros, se distingue si es mediante operaciones «genuinas» o «no genuinas». En el primer caso, las diferencias de valor de la cobertura se llevan a gastos o ingresos a distribuir (según su signo), hasta la finalización de la cobertura; en cambio, si se realiza mediante «no genuinas», las diferencias no se reconocerán hasta el vencimiento.

De esta normativa son varias las conclusiones que pueden extraerse con relación a la operación que pretendemos registrar, y también en cuanto a los principios contables de obligado cumplimiento:

- El marco general cumple con los principios contables, y fundamentalmente atiende a un principio de prudencia valorativa, puesto que sólo permite la imputación a resultados de beneficios cuando están realizados, en concreto en caso de opciones especulativas y negociadas, en las que la liquidación (realización) es diaria.
- En lo relativo a la cobertura, además del principio de prudencia, aparece claramente el principio de correlación, ya que no sólo obliga a la identificación de las operaciones, sino que también asigna una contabilización simétrica de resultados.
- En cuanto a la opción de rescate, el tratamiento contable que se extraería de este marco general sería el siguiente:
  - Tanto el inversor como el emisor recogerán en cuentas de orden el compromiso, por el nominal de las acciones o, en su caso, si el valor de rescate es fijo por este último. Luego inicialmente, dado que no hay pago y cobro de prima, la opción no aparecería recogida en balance.
  - El inversor, si dispone del derecho de rescate, podrá catalogar la opción como cobertura sólo cuando el valor de rescate sea fijo, en el resto de casos, esto es, si el valor de rescate es variable o el derecho lo posee el emisor, será especulativa. En el primer caso, las diferencias de valor de la opción podrán compensar las negativas de la acción, a efectos de la corrección valorativa de estas últimas; por el contrario, cuando la operación sea especulativa, en caso de diferencias negativas derivadas del valor de la opción, se dotará una provisión para riesgos y gastos, con independencia de la corrección valorativa de las acciones. Esto último parece incongruente, puesto que el valor de cotización de las acciones rescatables incluirá el valor de la acción y de la opción, la cuestión será separar ambos a través de alguna fórmula de valoración de opciones generalmente aceptada.
  - Respecto al emisor, ya que la opción es «no negociada» en un mercado organizado con liquidación diaria, en caso de que el valor de rescate sea variable, se catalogaría como especulativa, por lo que debería dotar al cierre, la oportuna provisión para riesgos y gastos, estimando la pérdida potencial según alguna fórmula generalmente aceptada. En cambio, si el valor de rescate es fijo, deberá atenderse a la propiedad del derecho de res-

cate, así si es del inversor, la opción de rescate para el emisor será especulativa, aplicándose el mismo tratamiento que antes, en cambio, si corresponde al emisor, podrá considerarse como una cobertura de un compromiso futuro de recompra, y como la opción es OTC, no se reconocerá ningún resultado hasta el vencimiento.

### 3.2. Normativa internacional.

Al igual que hicimos con la normativa nacional, las normas internacionales que hemos considerado para resolver el problema de la contabilización de las acciones rescatables han sido:

- FASB (Financial Accounting Standard Board): FAS-52, FAS-80, FAS-105, FAS-107, FAS-119, FAS-123, FAS-129 y FAS-133.
- IASC (Internacional Accounting Standard Board): IAS-32 y IAS-39.

Nuevamente hemos intentado obtener un marco general de estas normas, en esta ocasión ha resultado más fácil por cuanto se evidencia una relación directa entre ambos reguladores y normativas, asimismo destacamos una enorme influencia de esta normativa internacional sobre la nacional ya estudiada, puesto que en muchos aspectos es una mera traducción. Así pues, de nuestro estudio extrajimos que la opción de rescate será incluida en el grupo de «derivados» si cumple:

1. Que la inversión inicial sea mínima o nula con relación al apalancamiento que origina.
2. Que tenga un subyacente cuyos cambios de valor influyan en el del derivado.
3. Que se liquide por diferencias o por entrega a futuro, y en ambos casos el resultado sea similar.

Como puede comprobarse la opción de rescate cumple los tres requisitos. Además, para verificar si puede considerarse un derivado implícito, según se definió en las características financieras, y registrarse separadamente del contrato principal, ha de cumplir:

- a) Que los riesgos del contrato principal y del derivado sean diferentes.
- b) Que el contrato considerado individualmente fuese catalogado como un derivado.
- c) Que la operación en su conjunto no se valore a *fair value*.

El inconveniente estaría en el primer apartado.

Analizando por separado los criterios aplicables al emisor y al inversor, comprobamos que FASB aplica las mismas normas a ambos, además si al emisor resultan aplicables los FAS-123 y FAS-129. En cuanto al IASC, la norma aplicable sería el IAS-32, puesto que el derivado implícito está relacionado con las propias acciones.

En estas normativas, a diferencia de lo que ocurre con el inversor, existe un tratamiento diferente, mientras FASB considera que si el instrumento principal es capital todo ello debe registrarse por su nominal, aunque se informará sobre las características del rescate para los 5 años siguientes; por su parte, el IASC hace referencia a que un emisor de un instrumento financiero híbrido o compuesto deberá registrar cada componente atendiendo a la esencia del contrato en particular y, por tanto, según los casos, debería separarlos distinguiendo entre recursos propios y pasivo exigible. Al respecto ofrece dos posibilidades de valoración:

- Estimar el valor del componente más fácil de valorar, y asignar como valor del otro componente la diferencia entre el valor estimado del primero y el del instrumento en su conjunto.
- Valorar ambos componentes de forma separada, y corregir sus valores proporcionalmente, para que la suma coincida con el valor del instrumento en su conjunto.

En cuanto al emisor, extrapolando el contenido del IAS-32 para las acciones rescatables, y teniendo en cuenta que se trataría de un neto (acciones emitidas) con una opción, resultaría posible diferenciar entre el capital (neto) y la opción (pasivo), si esta última representa una obligación, y esto, en nuestro caso, sólo sucede cuando el derecho de rescate lo posee el inversor (put). En cambio, si la opción la posee la entidad emisora (call), al aplicar el IAS-32, la esencia de la acción y la opción sería la misma, esto es, neto y, por tanto, no serían separables.

Mientras que para el inversor, en primer lugar, habrá que determinar si la opción de rescate debe registrarse separadamente de la acción. Al respecto, en el apéndice-A del FAS-133 aparece recogido que si la operación conjunta es una acción y una put (derecho de rescate a favor del inversor) o una call (derecho de rescate a favor del emisor de las acciones), el inversor deberá registrarlas por separado.

Una vez aclarado el registro, es preciso determinar la valoración, para lo cual debemos establecer si la opción constituye una cobertura de la acción, ya que si es así el tratamiento contable será diferente de si no lo fuera. La opción de rescate puede catalogarse como cobertura si cumple los siguientes requisitos:

1. La operación principal y la cobertura se identifiquen desde el inicio de la operación.
2. La cobertura es eficiente, realizándose la comprobación al menos trimestralmente, y el IASC incluye que la efectividad esté entre 80-125%.

3. Si la opción es emitida, entonces, al menos, deben existir las mismas probabilidades de ganancia que de pérdidas. El IASC añade que las opciones call emitidas no podrán considerarse como cobertura salvo de otras opciones compradas.

A partir de estos requisitos podemos afirmar que cuando el derecho de rescate lo posee la sociedad emisora de las acciones, la opción de rescate para el inversor (call) no constituye una cobertura, puesto que incumpliría el último requisito, e incluso el segundo si el valor de rescate es variable. Por otro lado, cuando la opción de rescate la posee el inversor (put), debe diferenciarse entre valor de rescate variable, que incumpliría el segundo apartado, por lo tanto no podría catalogarse como cobertura, y valor de rescate fijo, siendo este último caso el único que puede denominarse como cobertura.

Pues bien, si la opción no es catalogada de cobertura se valorará a *fair value* (mercado o modelos generalmente aceptados), llevándose a resultados los cambios de valor. Por el contrario, si es clasificada como cobertura (cobertura de un *fair value*), entonces, tanto el elemento cubierto como la opción se valorarían por su *fair value*, imputándose a resultados los cambios de valor de la opción, mientras que los del elemento principal únicamente por el importe que refleje el riesgo cubierto, pues el FASB y el IASC hablan de «cuantía compensada», esto es, el resto del cambio de valor del elemento, que no corresponda al riesgo cubierto, se tratará según la norma aplicable al elemento en cuestión.

#### 4. Casuística contable.

A partir del análisis normativo anterior, podemos decir que son tres los momentos en los que se produce un registro contable:

##### 4.1. Emisión y suscripción de los títulos.

##### 4.1.1. Emisor.

El emisor debe recoger mediante cuentas de orden el derecho o la obligación de rescate de los títulos, por su nominal o por su valor de rescate (si fuera fijo):

DEBE	HABER
(XXX) Acciones rescatables emitidas (n.º acciones emitidas rescatables x valor nominal o de rescate)	(XXX) Acciones a rescatar

A la hora de recoger el pasivo financiero tendrá dos posibilidades:

a) *No separar sus elementos o componentes*: en cuyo caso deberá recoger el pasivo financiero en la cuenta (100) *Capital social* por el valor nominal de las acciones rescatables emitidas. Deberá añadir además en la Memoria (Punto 10. *Fondos propios*) las condiciones de los títulos y de su rescate (valores, plazos, etc.). Para recoger en balance la condición de rescatable habrá que emplear una cuenta de 4 dígitos:

DEBE	HABER
(X) Acciones emitidas (n.º acciones x valor de emisión)	(1004) Capital social rescatable (n.º acciones x valor nominal) (110) Prima de emisión de acciones [n.º acciones x (valor de emisión – valor nominal)]
(572) Bancos	(X) Acciones emitidas (n.º acciones x valor de emisión)

b) *Separar los elementos que forman el instrumento financiero*:

En este caso deberemos diferenciar quién posee el derecho de rescate de los títulos:

- Cuando el *derecho de rescate lo posee el inversor*:

Por un lado, dentro de los fondos propios bajo el epígrafe de capital recogería el nominal de las acciones y, por otro, la obligación de adquirir las propias acciones, es decir, la opción put vendida, que se trataría como pasivo exigible.

DEBE	HABER
(X) Acciones emitidas (n.º acciones x valor de emisión)	(1004) Capital social rescatable (n.º acciones x valor nominal) (15X) Opción de rescate, a favor del inversor (n.º acciones x valor de la opción de rescate) (110) Prima de emisión de acciones [n.º acciones x (valor de emisión – valor nominal – – valor de la opción de rescate)]
(572) Bancos	(X) Acciones emitidas (n.º acciones x valor de emisión)

Como el capital de la sociedad no podrá estar registrado por un valor inferior al nominal de las acciones emitidas, si se opta por la separación contable, sería preciso una emisión sobre la par, al menos en una cuantía igual al valor de la opción de rescate, que deberá ser valorada según una fórmula de general aceptación.

- Cuando el *derecho de rescate lo posee el emisor*:

Nuevamente en los fondos propios, en la cuenta de capital correspondiente aparecería el nominal de las acciones, mientras que el derecho a adquirir las acciones, u opción call comprada se reflejaría en el activo, pues supone un derecho para la entidad. Esto supondría crear o aumentar la prima de emisión por un importe igual al valor de la opción.

DEBE	HABER
(250X) Opción de rescate, a favor del emisor (n.º acciones x valor opción de rescate) (X) Acciones emitidas (n.º acciones x valor de emisión)	(1004) Capital social rescatable (n.º acciones x valor nominal) (110) Prima de emisión de acciones [n.º acciones x (valor de emisión – valor nominal + + valor opción de rescate)]
(572) Bancos	(X) Acciones emitidas (n.º acciones x valor de emisión)

Atendiendo a la normativa analizada, únicamente podría contabilizarse por separado cuando el derecho de rescate lo posea el inversor y exista prima de emisión.

#### 4.1.2. Inversor.

El inversor debe igualmente recoger, mediante cuentas de orden, la facultad u obligación de rescate de los títulos:

DEBE	HABER
(XXX) Acciones rescatables adquiridas (n.º acciones adquiridas x valor nominal o de rescate)	(XXX) Acciones rescatables

A la hora de contabilizar la inversión deberá optar por:

- a) *No separar los elementos del instrumento financiero*, por lo que deberá contabilizar la inversión en la cuenta de activo correspondiente y valorarla según las normas contables aplicables, en este caso, la norma octava de valores negociables<sup>8</sup>. Sería conveniente emplear una subcuenta para indicar el carácter rescatable, y además recoger en la Memoria (Punto 8. «Inversiones Financieras») las principales características con relación a su posibilidad de rescate.

DEBE	HABER
(540X) IFT en capital, rescatable o (250X) IFP en capital, rescatable	(572) Bancos (valor de emisión o de cotización + gastos inherentes operación)

- b) *Separar los elementos del instrumento financiero*:

Hay que diferenciar también:

- Cuando el *derecho de rescate lo posee el inversor*:

Las acciones se registrarán en la cuenta correspondiente de activo y, en otra cuenta, también de activo, el derecho de rescate.

DEBE	HABER
(250X) IFP en capital, rescatable (valor de emisión + gastos operación – valor opción) (250X) Opción de rescate, a favor del inversor (valor de la opción de rescate)	(572) Bancos (valor de emisión o de cotización + gastos inherentes operación)

Al separar ambos elementos deben valorarse de forma independiente. Atendiendo a la normativa analizada, se valorará la opción aplicando alguna norma de valoración de general aceptación, teniendo en cuenta que el valor de la misma más el de la acción debe ser igual al precio de adquisición del título.

<sup>8</sup> «Se valorarán por su precio de adquisición a la suscripción (valor de emisión) o compra (valor de cotización) incluidos los gastos inherentes a la operación. Caso de adquirirse los títulos en ampliación de capital, los importes de los derechos preferentes de suscripción adquiridos o segregados necesarios para la suscripción de las acciones, se entenderán incluidos en el precio de adquisición de las nuevas acciones».

Caso de que el valor de rescate fuera fijo, la opción podría clasificarse de cobertura ya que está cubriendo el valor de la inversión. Sin embargo, si el valor de rescate fuera variable, la opción no podría ser calificada como cobertura. En ambos casos, en función de la normativa internacional antes analizada, parece adecuado contabilizar ambos elementos por separado.

- Cuando *el derecho de rescate lo posee el emisor*:

Contabilizará las acciones en su cuenta de activo correspondiente, mientras que la obligación de vender los títulos (call emitida) se reflejará en una de pasivo.

DEBE	HABER
(250X) IFP en capital, rescatable (valor de emisión o de cotización + gastos inherentes operación + valor de la opción de rescate)	(572) Bancos (valor de emisión o de cotización + gastos inherentes operación) (15X) Opción de rescate, a favor del emisor (valor de la opción de rescate)

En este caso, dado que la norma no permite aumentar el valor de las acciones, para compensar el valor del pasivo recogido en el haber, no sería adecuada la separación, puesto que se incumpliría el principio del precio de adquisición.

#### 4.2. Correcciones valorativas al cierre.

Al cierre de ejercicio, según se desprende de la normativa contable estudiada, existen diversas posibilidades de registro de los cambios de valor del instrumento, que pasamos a estudiar:

##### 4.2.1. Emisor.

El capital en ningún caso podrá variarse, puesto que siempre deberá mostrar el valor nominal de los títulos emitidos. Ante posibles riesgos que supusieran pérdidas para la sociedad, debería dotar una provisión para riesgos y gastos:

DEBE	HABER
(69X) Dotación a la provisión por pérdidas en acciones rescatables	(14X) Provisión por acciones rescatables emitidas

Si separa los elementos existentes dentro del pasivo financiero, con indiferencia de quién posea el derecho de rescate y el valor de rescate es variable, deberá dotar provisión para riesgos y gastos para corregir las posibles pérdidas potenciales del valor de la opción en función de alguna fórmula de general de aceptación, por contra, si el derecho lo tuviera el emisor y éste fuera fijo, no reconocería ninguna diferencia hasta el vencimiento, a su vez, si lo poseyera el inversor, y el valor de rescate fuese fijo, sólo dotaría provisión si este valor fuese superior al de mercado.

#### 4.2.2. Inversor.

Si no se separan los elementos que conforman la inversión, únicamente habrá que aplicar la norma octava del Plan General de Contabilidad en lo referente a las correcciones valorativas, ya que no aparecería contabilizada la opción.

Cuando el título sufra pérdidas potenciales de valor respecto al mercado, atendiendo al principio de prudencia, deberá reflejarse la merma sufrida dotando la correspondiente provisión. En este caso, como las acciones rescatables cotizarán en mercado secundario, el valor de mercado será el menor entre la cotización oficial del día de cierre, y la media del último trimestre.

Sin embargo, a efectos de la posible pérdida potencial que podría producirse, habrá que tener en cuenta que, y pese a que la opción no esté contabilizada por separado, cuando el derecho de rescate lo posea el accionista la pérdida puede estar limitada (cobertura) cuando el valor de rescate sea fijo. En este supuesto podría ocurrir que:

- a) Si el valor de rescate es igual o superior al precio de adquisición del título, no existirá pérdida potencial en ningún caso, pues el inversor tiene garantizado el reembolso.
- b) Si el valor de rescate es inferior al precio de adquisición, existirá pérdida potencial siempre que el valor de mercado estuviera por debajo del valor de rescate. Sin embargo, esta posibilidad es remota, pues no parece lógico que el accionista adquiera una inversión con un precio de adquisición superior al valor de rescate fijado.

Para el caso en el que el inversor optase por registrar separadamente el instrumento financiero y poseyera, el derecho de rescate, y el valor de rescate fuese fijo, la opción sería de cobertura con lo que las diferencias de la opción se cubren con las de la acción. Pero, si fuese variable, o el derecho perteneciese al emisor deberá:

- Por la acción, dotar provisión cuando el valor de mercado fuera inferior al contable. El problema estaría en que el valor de mercado de las acciones rescatables incluye el valor de la opción, por lo que previamente debería separar el valor de la misma para poder estimar el valor de mercado de la acción sin la opción.

- La opción deberá valorarse aplicando alguna fórmula generalmente aceptada, de tal manera que si el valor ha disminuido, habrá que constituir una provisión para riesgos y gastos:

DEBE	HABER
(69X) Dotación de la provisión para cubrir el valor opción	(14X) Provisión de opciones

#### 4.3. Amortización de las acciones.

##### 4.3.1. Emisor.

La sociedad emisora amortizará las acciones mediante el reembolso del valor de rescate, reduciendo al mismo tiempo su capital. El registro contable supondrá:

- a) Dar de baja las cuentas de orden a medida que se amorticen los títulos:

DEBE	HABER
(XXX) Acciones a rescatar	(XXX) Acciones rescatables emitidas (n.º acciones rescatadas x valor nominal o de rescate)

- b) Amortizar los títulos mediante el pago del valor de rescate:

DEBE	HABER
(1004) Capital social amortizable (n.º acciones rescatables amortizadas x VN) (15X) Opción de rescate, a favor del inversor (n.º acciones rescatadas x valor de opción de rescate) (117) Reservas voluntarias	(572) Bancos (n.º acciones rescatables amortizadas x valor de rescate) o (250X) Opción de rescate, a favor del emisor (n.º acciones rescatadas x valor de opción de rescate) o (117) Reservas voluntarias

La amortización supondrá la reducción del capital por el nominal de los títulos amortizados. Deberemos, caso de haber contabilizado la opción por separado, dar de baja la cuenta que recoge la opción por su valor en la fecha de amortización. La diferencia entre el valor de rescate y el nominal más o menos el valor de la opción se llevará a incrementar o reducir reservas disponibles <sup>9</sup>.

La amortización podrá ser:

- Con cargo a beneficios o reservas disponibles <sup>10</sup>, en cuyo caso después de la amortización, deberá dotar reserva indisponible por el nominal de los títulos amortizados.

DEBE	HABER
(129) Pérdidas y ganancias (117) Reservas voluntarias	(118) Reserva por capital amortizado (n.º acciones rescatables x valor nominal)

- Mediante una ampliación de capital que sirva para financiar la posterior amortización de las acciones rescatables, así pues, previamente al rescate, emitirá acciones con un valor de emisión que deberá cubrir al menos el valor de rescate de los títulos a amortizar.

DEBE	HABER
(X) Acciones emitidas (n.º acciones emitidas x valor de emisión = valor de rescate)	(100) Capital social (n.º acciones emitidas x valor nominal) (110) Prima de emisión de acciones [n.º acciones emitidas x (valor de rescate-valor nominal)]
(572) Bancos	(X) Acciones emitidas (n.º acciones emitidas x valor de emisión)

De no optarse por ninguna de las dos fórmulas anteriores, se amortizarán por reembolso, cumpliendo las condiciones fijadas para una reducción de capital por devolución de aportaciones.

<sup>9</sup> Si aplicamos la Norma 10 del Plan General de Contabilidad sobre acciones y obligaciones propias, la amortización de acciones dará lugar a una reducción del capital por el valor nominal, y la diferencia entre precio de adquisición y nominal deberá cargarse o abonarse respectivamente a reservas.

<sup>10</sup> En cuyo caso deberá dotar una reserva indisponible por el nominal de los títulos amortizados.

## 4.3.2. Inversor.

La amortización de los títulos supone:

a) Eliminar las cuentas de orden por los títulos amortizados:

DEBE	HABER
(XXX) Acciones rescatables	(XXX) Acciones rescatables adquiridas (n.º acciones amortizadas x valor nominal o de rescate)

b) Dar de baja la inversión (acción más opción) por valor su contable y reconocer un resultado por la diferencia entre éste y el de rescate. Habrá que tener en cuenta que dicho valor podrá ser:

- *Fijo*, obteniendo la sociedad una plusvalía como diferencia entre éste y el valor de adquisición.
- *Variable*, dependerá normalmente de un valor medio en un período previo a la amortización, recogiendo la diferencia positiva o negativa en resultados.

La prima de rescate del título, diferencia entre valor de rescate y precio de adquisición, que obtiene el inversor en el reembolso, podrá entenderse devengada en el ejercicio en que se produce el mismo. La posibilidad de devengarla durante la vida del título supondría varios problemas:

- Se estaría tratando dicha prima como un rendimiento implícito, lo que contravendría la LSA, que establece que «no es válida la creación de acciones con derecho a percibir un interés, cualquiera que sea su forma de determinación...»<sup>11</sup>.
- Dificultad en su imputación a resultados al no conocer, en algunas ocasiones, la fecha del rescate, salvo que en caso de existir, se tome el plazo máximo de rescate.
- Desconocer la cuantía de la prima cuando el valor de rescate de la acción fuera variable.

<sup>11</sup> Artículo 50 de la LSA.

Si la consideramos devengada en la fecha del rescate:

DEBE	HABER
(572) Bancos (valor de rescate de los títulos) (15X) Opción de rescate, a favor del emisor (valor de la opción de rescate) (666) Pérdida en valores negociables	(540X) IFT en capital, rescatable  o (250X) Opción de rescate, a favor del inversor (valor de la opción de rescate) o (766) Beneficio en valores negociables

En caso de conocerse la prima de rescate desde la adquisición, así como la fecha de amortización, podríamos, desde la suscripción del título, ir devengado la prima según un criterio financiero, siendo su reflejo contable:

- A la suscripción o adquisición de los títulos:

DEBE	HABER
(540X) IFT en capital, rescatable o (250X) IFP en capital, rescatable (valor de emisión o cotización + prima de rescate +/- valor de la opción)	(572) Bancos (valor de emisión o de cotización) (13X) Ingreso diferido por prima de rescate (prima de rescate de la acción)

- Al cierre de ejercicio por el devengo según un criterio financiero:

DEBE	HABER
(13X) Ingreso diferido por prima de rescate	(760) Ingresos de participaciones en capital

- En la amortización de los títulos:

DEBE	HABER
(572) Bancos (valor de rescate)  (666) Pérdida con valores negociables	(540X) IFT en capital, rescatable o (250X) IFP en capital, rescatable (valor de emisión o cotización + prima de rescate) o (766) Beneficio con valores negociables

#### 4.4. Derecho preferente de suscripción.

Cuando las acciones rescatables sean emitidas mediante ampliación de capital, tanto accionistas como obligacionistas convertibles de la sociedad emisora tendrán derecho preferente de suscripción de los títulos.

Las formas tradicionales de valoración del derecho preferente de suscripción no reflejan el valor de la opción que lleva implícita la acción rescatable y que, sin duda, es susceptible de ser valorada, se hace pues preciso recurrir a otros métodos más próximos a la teoría de opciones, aunque esto queda fuera del objeto de estudio de nuestro trabajo.

### III. VALORACIÓN DE LAS ACCIONES RESCATABLES

#### 1. Factores de riesgo.

Según se dedujo al analizar las características financieras de estos títulos, el elemento clave en la valoración de este producto financiero es la prima por riesgo de crédito, pero éste no es el único, de ahí que comencemos analizar los factores de riesgo que influyen en el precio de las acciones rescatables.

Los factores que afectan al precio de estos títulos son los siguientes:

##### 1.1. Tiempo.

El tiempo o plazo hasta el vencimiento es un factor que influye positivamente en cualquier tipo de opción, puesto que cuanto mayor sea el período de vida del contrato, mayor será la probabilidad de que se ejerza con el correspondiente beneficio.

La idea fundamental que debe extraerse es el hecho de que el resto de factores y, por ende, el precio de la opción de rescate van a variar con el transcurso del tiempo, de manera que se tratarían de variables estocásticas, lo cual nos llevará, dentro de los métodos de valoración, a emplear el cálculo estocástico.

##### 1.2. Riesgo de crédito.

Dada la amplia gama de fenómenos que se agrupan bajo el concepto de riesgo de crédito, en primer lugar, debemos acotar el contenido del mismo a efectos de nuestro trabajo. Así pues, para nuestros fines, entendemos que el riesgo de crédito será la pérdida potencial como consecuencia de la insolvencia del deudor, esto es, el fallo o impago. El riesgo de fallo tiene dos componentes:

- Evolución temporal del evento, es decir, que tenga lugar o no.
- Magnitud del evento, si tuviese lugar el fallo, ¿qué cuantía podría recuperarse?

A continuación, para comprender la incidencia de este factor sobre el valor de la acción rescatable, analizaremos como se genera dicho riesgo dentro de una estructura financiera genérica, esto es, capital (neto) y pasivo. Para ello, y dado que los accionistas, según se estableció dentro de las características financieras, percibirán el exceso del valor del activo sobre el pasivo, podemos definir el capital ( $K$ ) como una opción sobre el activo ( $A$ ), con un precio de ejercicio igual al valor de reembolso del pasivo ( $P$ ), así aplicando la teoría de opciones y conociendo la volatilidad del precio del activo, resultará:

$$K_t = \text{máx.}(A_t - P; 0) = \text{call}(A)$$

Siendo  $K_t$  y  $A_t$  el capital y el activo en un momento  $t$ . Como inversa a la anterior, en función de la paridad put-call, comprar una call equivale a endeudarse por un importe  $P$ , y adquirir con dicha cuantía el activo  $A$ , así como una put sobre el mismo cuyo precio de ejercicio sea  $P$ . De esta manera:

1. Si al vencimiento  $A < P$ , se ejerce la opción, es decir, la empresa no puede pagar la deuda y entonces, ejerce el derecho de venta (put) sobre su activo, pasando a ser los nuevos propietarios los acreedores que habrán pagado el principal de las correspondientes deudas.
2. Pero si  $A > P$ , no se ejerce, puesto que la empresa podrá cumplir con su obligación de devolución del préstamo.

Según esta argumentación, el pasivo equivale a un préstamo libre de riesgo por importe  $P$ , menos una put vendida sobre el activo, siendo el evento de fallo el ejercicio de la put, esto es, la probabilidad de fallo dependerá de la probabilidad de ejercer la opción. La venta de esta put provoca que el pasivo tenga un valor menor que el de otro de igual cuantía pero libre de riesgo.

Dado que conocemos ya algunas relaciones como:

$$B = b - \text{put}$$

$$\text{call} - \text{put} + b = B_{\text{mercado}} \Rightarrow \text{put} = - (B_{\text{mercado}} - b) + \text{call}$$

Donde  $B$  será el bono con riesgo y  $b$  el libre de riesgo. Podemos plantearnos ahora una estructura financiera que sólo contenga capital, pero que dicho neto se divida en acciones ordinarias ( $K$ ) y en acciones rescatables ( $R$ ), esto contablemente significa que:

$$A = K + R = K + (N + O)$$

$O$  = opción de rescate

Esta opción permite al accionista rescatable ejercer el derecho de rescate cuando el activo ( $A$ ) respecto al valor de rescate ( $VR$ ) sea menor o igual:

$$A_t \leq VR \rightarrow \text{put}_{\text{rescatable}} = \text{máx.}(VR - A_t; 0)$$

De esta forma, el capital en su conjunto, ordinario y rescatable, puede entenderse como dos opciones put. La primera vendida por los accionistas ordinarios a los rescatables, y la segunda vendida por los acreedores a los ordinarios, tal que si el valor del pasivo ( $P$ ) es superior al del activo, los accionistas ejercerán la opción:

$$A_t \leq P \rightarrow \text{put}_{\text{ordinaria}} = \text{máx.}(P - A_t; 0)$$

Por tanto, la variable que influirá sobre el precio será el valor del activo, pero su incidencia será diferente en cada clase de opción:

- Si el valor del activo aumenta (disminución del riesgo de crédito), aumentará el valor de la call y disminuirá el de la put.
- Si el valor del activo disminuye, será el valor de la put el que subirá y el de la call el que bajará.

Al mismo tiempo, cuanto mayor sea la volatilidad del precio del activo, mayor serán los precios de ambas opciones, puesto que si el precio del activo varía en la dirección favorable para el valor de la opción, lo hará en una cuantía mayor.

Resumiendo todo lo anterior, las opciones put que aparecen son de estilo americano, pues pueden ejercerse en cualquier momento, es decir, el fallo puede tener lugar en cualquier instante <sup>12</sup>, pero además serán digitales <sup>13</sup> (si la tasa de recuperación es nula) o digitales parciales (en caso contrario).

<sup>12</sup> Si desde la emisión tuvieran fechas de amortización se trataría de opciones bermudas.

<sup>13</sup> Una opción digital es aquella en la que en su ejercicio se recibe toda la cuantía (en nuestro caso, todo el nominal de la deuda o de las acciones rescatables), siempre que su valor intrínseco (diferencia entre el valor del subyacente y el precio de ejercicio) sea positivo. En caso de que se recupere un porcentaje solamente, se trataría de una opción digital parcial.

El valor de una call americana digital puede estimarse bajo las hipótesis de BLACK y SCHOLES, y aplicando dichas formulaciones analíticas a nuestro caso, resulta que los accionistas con derecho de rescate poseen una put digital de cuantía fija (*cash or nothing*), esto es, si el valor del activo cae por debajo del valor de rescate ( $VR$ ) cobrarán éste; por otro lado, los accionistas ordinarios poseen una put sobre el activo, de manera que los acreedores, en el caso de que el activo valga menos que el pasivo, recibirán el valor del activo, por tanto se trata de una put digital americana sobre el activo (*asset or nothing*).

Siendo  $r$  la tasa libre de riesgo,  $q$  la tasa anual de dividendos,  $A$  el precio del activo,  $s$  su volatilidad,  $t$  el vencimiento de la opción que coincidirá con la del instrumento principal (deuda), y  $E$  el precio de ejercicio, que en el caso de la opción rescatable será  $VR$  (valor de rescate) y para la ordinaria sería  $P$  (nominal del pasivo). De esta manera, las formulaciones de ambas opciones son:

$$\text{Put}_{\text{rescatable}} = A \cdot \left[ e^{-r \cdot t} \cdot N(-d_1) + e^{-r \cdot t} \cdot \left( \frac{VR}{A} \right)^{\frac{2 \cdot (r-q)}{\sigma^2} - 1} \cdot N(-d_2) \right]$$

$$\text{Put}_{\text{ordinaria}} = A \cdot \left[ e^{-r \cdot t} \cdot N(-d_1) + e^{-r \cdot t} \cdot \left( \frac{P}{A} \right)^{\frac{2 \cdot (r-q)}{\sigma^2} - 1} \cdot N(-d_2) \right]$$

Donde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{A \cdot e^{(r-q) \cdot t}}{E}\right)}{\sigma \cdot \sqrt{t}} - \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \sqrt{t}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{A}{E}\right) - r + q + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot t}{\sigma \cdot \sqrt{t}}$$

### 1.3. Rentabilidad.

Con este término estamos haciendo referencia al dividendo como factor de riesgo. Para poder comprender su incidencia sobre el valor de las acciones rescatables, previamente hemos de enunciar un principio básico de cualquier inversión, que relaciona el riesgo con la rentabilidad de forma inversa, a mayor riesgo, mayor será su rentabilidad exigida. Pero además, existe otro factor que incide

sobre cualquier inversión, la liquidez <sup>14</sup>. De esta manera, cualquier inversor exigirá un rendimiento igual al menos a la suma de la rentabilidad libre de riesgo más una prima por el riesgo de crédito y otra por el de liquidez.

Pues bien, si lo anterior se aplica sobre las acciones rescatables, resultaría que el dividendo deberá ser superior al rendimiento de un bono libre de riesgo en una cuantía tal que compense del riesgo de crédito, según se enunció en el apartado anterior, pero que además tuviese en cuenta el riesgo de liquidez del mercado.

A estos efectos debe distinguirse si la opción de rescate la posee el accionista o la sociedad, puesto que dichos efectos no serán iguales:

- Si lo tiene el accionista, no sufrirá riesgo de liquidez, ya que en caso de querer deshacer su inversión bastará con ejercer la opción.
- Si es exclusivo de la sociedad, el accionista sufrirá un riesgo de liquidez en función del comportamiento del precio de mercado de las acciones de la compañía, puesto que si ésta no rescata los títulos, la única posibilidad de deshacer la posición será vender las acciones en el mercado, y cuanto más volátil sea el precio, más factible será que se presenten pérdidas, esto es, no se garantiza la recuperación de la inversión inicial, a diferencia de la situación en la que el accionista posee el derecho de rescate.

Como conclusión de lo anterior, puede decirse que cuando el derecho de rescate es del accionista, el dividendo deberá exceder del rendimiento libre de riesgo en una cuantía tal que compense exclusivamente el riesgo de crédito y, al mismo tiempo, deberá verse minorado por la prima de liquidez, puesto que dicho riesgo lo asume la empresa. Por el contrario, si el derecho es de la sociedad, el dividendo deberá superar la tasa libre de riesgo en una cuantía que compense tanto la prima por riesgo de crédito como la de liquidez.

Si el riesgo de liquidez lo definimos como las pérdidas potenciales que podrían tener lugar como consecuencia de la necesidad de cerrar una posición y tener que hacerlo a un precio muy desfavorable, y/o no encontrar suficiente volumen de contrapartida.

---

<sup>14</sup> Mientras que en la medición del riesgo de mercado se emplean los precios de cierre, cuando se pretende medir la incidencia del riesgo de liquidez sobre algún producto, ha de tenerse en cuenta que la variación del precio se produce de forma continua en el tiempo. Como manejar estos datos es imposible, dada en ocasiones su inexistencia, por ejemplo cuando un mercado cierra, y otros con los que guarda relación siguen abiertos, debe buscarse otra solución. Así una manera de considerar todos los períodos de movimiento del precio y su amplitud es dividir el período diario en dos:

- Riesgo interdía: variación del precio desde el cierre de un día hasta la apertura del siguiente día, o el cierre.
- Riesgo intradía: variación del precio desde la apertura hasta el cierre del mismo día, teniendo en cuenta el máximo y mínimo de la sesión, así como el volumen negociado.

Esta descomposición de datos permite asemejar los modelos de estimación del riesgo de mercado a los de liquidez.

Al igual que con el riesgo de crédito, intentaremos encontrar algún producto derivado que recoja al que se asemeje el riesgo de liquidez, en este caso, con la intención de fijar una posible aproximación valorativa. Así pues, el valor de la prima de liquidez equivale al precio de una opción *lookback*<sup>15</sup> cuyo subyacente será el precio del activo. Esto significa, aplicado sobre nuestro tema de estudio, que los accionistas ordinarios asumen un riesgo de liquidez que los rescatables no sufren, así pues debemos distinguir dos situaciones:

- a) Si el derecho de rescate lo tiene el accionista, entonces no sufren el riesgo de liquidez, es decir, si el precio de las acciones baja por debajo del valor de rescate, ellos tienen garantizado el cobro de dicha cuantía, se trata por tanto de una opción put *lookback* americana de precio de ejercicio fijo. Siendo el precio del subyacente el menor del período ( $m$ ),  $E$  (precio de ejercicio),  $T$  (vencimiento), estaría definida como:

$$\text{put} = \text{máx.} (E - m_{0,T}; 0)$$

- b) Si el derecho de rescate lo tiene la sociedad emisora, entonces cuando el precio de las acciones caiga por debajo del valor de rescate, no estará dispuesta a rescatarlas por dicho valor, de manera que la acción sería una call *lookback* americana de precio de ejercicio fijo, pero parcial, puesto que sólo podrá ejercerse transcurridos 3 años desde la emisión de los títulos, siendo el valor del subyacente el mayor del período ( $M$ ). De esta manera se expresaría como:

$$\text{call} = \text{máx.} (M_{3,T} - E; 0)$$

El problema de valorar este tipo de opciones es que no existe fórmula analítica cuando son americanas, en cambio si son europeas su expresión es:

$$\begin{aligned} \text{Put} &= E \cdot e^{-r \cdot T} \cdot N(-d + \sigma \cdot \sqrt{T}) - S \cdot e^{-q \cdot T} \cdot N(-d) + \\ &- S \cdot e^{-r \cdot T} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{r} \cdot \left[ \left( \frac{S}{m} \right)^{\frac{r-q}{\sigma^2}} \cdot N\left(-d + \frac{2 \cdot (r-q) \cdot \sqrt{T}}{\sigma}\right) - e^{-(r-q) \cdot T} \cdot N(d) \right] \\ d &= \frac{\ln\left(\frac{S}{m}\right) + \left(r - q + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}} \end{aligned}$$

<sup>15</sup> Una opción *lookback* es aquella cuyo precio de ejercicio (precio ejercicio variable) o precio del subyacente (precio de ejercicio fijo) viene dado por el mayor o el menor valor del activo durante un período determinado (parcial) o durante toda la vida de la opción.

$$\begin{aligned} \text{Call} &= S \cdot N(d) + S \cdot N(d - \sigma \cdot \sqrt{T-3}) \cdot e^{-r(T-3)} - \\ & - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{r} \cdot S \cdot \left[ N(-d) + N(d - \sigma \cdot \sqrt{T-3}) \cdot e^{-r(T-3)} \right] \\ d &= \frac{r + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2}{\sigma} \cdot \sqrt{T-3} \end{aligned}$$

#### 1.4. Correlaciones.

Hasta el momento hemos enunciado una serie de factores que influye en el precio de las acciones rescatables (tiempo, riesgo de crédito y de liquidez), así como las variables que se emplean para su modelización:

- Riesgo de crédito: valor del activo y su volatilidad.
- Riesgo de liquidez: precios de mercado de las acciones y su volatilidad.
- Riesgo de tipo de interés (precio del tiempo): tasa libre de riesgo y su volatilidad.

Sin duda alguna, éstas serán las variables explicativas que trataremos posteriormente, pero antes de hacerlo, no puede olvidarse que no son independientes, es decir, en la modelización deberá considerarse la correlación que exista entre los comportamientos del valor del activo, precio de las acciones y tasa de interés libre de riesgo, como factores fundamentales. Pero también, como el plazo de rescate normalmente será mayor al año, ha de tenerse en cuenta un fenómeno clave en las finanzas modernas, la superficie de volatilidades, esto es, la volatilidad del precio de los tres factores no es constante con el transcurso del tiempo (heterocedasticidad), sino que es una variable estocástica más (volatilidad estocástica o estructura temporal de volatilidad), y a su vez existe una relación entre dicha volatilidad y el precio de las opciones a través del precio de ejercicio de éstas (en nuestro caso, el valor de rescate), más importante a medida que el valor del riesgo subyacente se aleja del precio de ejercicio, esta relación se conoce como *smile* de volatilidad.

En conclusión, podemos resumir:

- Variables estocásticas a considerar: valor del activo, precio de la acción, tipo de interés, volatilidad del valor del activo, volatilidad del precio de la acción y volatilidad del tipo de interés.
- Correlaciones a tomar en cuenta:
  - a) Entre factores fundamentales.
  - b) Entre factores fundamentales y sus correspondientes volatilidades.

## 2. Métodos de valoración.

Valorar una opción consiste en determinar el comportamiento del precio del factor subyacente, a partir del cual se establecerían los precios futuros, y determinar así si el resultado de ejercer la opción es positivo (para una call cuando el precio del subyacente sea mayor que el de ejercicio), o nulo (si es menor). A continuación, se establecería el valor medio o esperado de dichos resultados, y se descontaría hasta el momento de valoración según la tasa libre de riesgo.

La valoración de opciones se apoya en dos fundamentos básicos como son la cartera autofinanciada y la imposibilidad de arbitraje, la idea que subyace es la de replicar la posición en opciones mediante una posición en el subyacente y otra en el bono libre de riesgo, de manera que los resultados de ambas estrategias fuesen iguales, al mismo tiempo, si ambas estrategias son iguales, el precio debe ser el mismo, sino habría alguna oportunidad de arbitraje. En cuanto al concepto de autofinanciada significaría que el desembolso necesario inicialmente para replicar la opción sería nulo, puesto que la compra del subyacente se financiaría con la venta o emisión del bono (Anexo-1).

A partir de aquí, BLACK y SCHOLES obtienen el valor de la opción, pero para nuestro caso es preciso incluir el dividendo, así recurrimos a la formulación de MERTON:

$$dS = (\mu - q) \cdot S \cdot dt + \sigma \cdot S \cdot dW$$

Donde  $q$  es la tasa anual constante de dividendos, con lo que el valor de una opción europea sobre este subyacente, tras el correspondiente desarrollo estocástico, es:

$$C = S \cdot e^{-q \cdot t} \cdot N(d_1) - E \cdot e^{-r \cdot t} \cdot N(d_2)$$

$$P = E \cdot e^{-r \cdot t} \cdot N(-d_2) - S \cdot e^{-q \cdot t} \cdot N(-d_1)$$

Siendo  $N(\cdot)$  la distribución normal acumulada y donde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r - q + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot t}{\sigma \cdot \sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{t}$$

Lógicamente, el principal inconveniente de este modelo es la hipótesis de dividendos continuos, que hace que sólo sea aplicable a opciones europeas.

Pero como, en nuestro caso las opciones son americanas y el subyacente reparte dividendos, este derecho a percibir un rendimiento amplía el número de casos en los que al comprador de la opción le interesa ejercerla anticipadamente, por lo que el valor de la prima de estas opciones será superior, o dicho de otra forma, la norma de que si el subyacente no reparte dividendos el valor de la call americana es igual a la europea, no es aplicable en el caso de opciones de rescate. Además, esta formulación sólo mide el riesgo de mercado y no toma en consideración otros factores que afectan a las acciones rescatables.

Por tanto, nos vemos en la necesidad de plantear el problema e intentar solucionarlo por algún método de aproximación numérica.

### 2.1. Procesos estocásticos.

Una acción rescatable equivale, según la incidencia de los factores de riesgo, a la siguiente operación:

Acción rescatable por el accionista = + bono + put (crédito) + put (rendimiento) +  
+ put (liquidez)

Acción rescatable por la empresa = - bono + put (rendimiento) - call (liquidez)

De esta forma, procederemos a modelizar cada uno de los componentes que deben valorarse:

#### A) Bono libre de riesgo.

Un problema que se plantea es cuando dentro de las variables estocásticas aparece el tipo de interés, ello se debe a que realmente la tasa viene asociada a un plazo y a una estructura temporal (relación tipo-plazo), esto último supone que exista una correlación entre los tipos de interés de los diferentes vencimientos o vértices de la curva. Para solventarlo se puede recurrir a la modelización de HEATH, JARROW y MORTON (HJM) sobre tipos *forwards*:

$$df_{t,T} = \alpha_{t,T} \cdot dt + \sum_{i=1}^m \sigma_i [(t, T); f_{t,T}] \cdot dz_{i,t}$$

De manera que los tipos *spot* cupón cero serán (Anexo-2):

$$\frac{dP_{t,T}}{P_{t,T}} = r_t \cdot dt + \sum_{i=1}^m v_i (t, T) \cdot dz_{i,t}$$

## B) Put sobre el rendimiento.

Esta opción equivale a un usufructo que pudiese abandonarse antes de su vencimiento.

Para llegar a su formulación definimos  $B$  como el valor del bono con riesgo emitido por la entidad emisora de las acciones rescatables,  $i$  como la TIR de dicho bono y  $q$  como la tasa de dividendos. Así para que el accionista rescatable no ejerza la opción debería darse que:

$$q_t > i_t$$

Luego, habrá que valorar el bono y obtener su rendimiento y, considerando además que existe una relación entre el precio de la acción y el dividendo que reporta, entonces la opción será:

$$\left. \begin{array}{l} i_t \rightarrow B_t \\ q_t \rightarrow S_t \end{array} \right\} \text{mín. } (S_t - B_t; 0)$$

Del análisis del riesgo de crédito sabemos que si  $b$  es el bono sin riesgo y  $A$  el activo entonces:

$$B = b - \text{put}_A$$

De forma que:

$$\begin{aligned} \text{mín. } (S_t - B_t; 0) &= \text{mín. } (S_t + \text{put}_A - b; 0) = \text{mín. } [S_t - b + \text{máx. } (B - A_t; 0); 0] = \\ &= \text{máx. } \{ b - [S_t + \text{máx. } (B - A_t; 0)]; 0 \} \end{aligned}$$

Luego si:

$$S_t + \text{put}_A < b \rightarrow \text{no se ejerce}$$

$$b = \text{precio de ejercicio}$$

Entonces, podemos decir que el comportamiento del factor relativo al dividendo dependerá del precio de mercado de la acción y del valor del activo, luego deberemos añadir otro proceso estocástico que refleje el comportamiento del precio de la acción.

A efectos de añadir este proceso, en la práctica se observa que:

- Las opciones muy ITM <sup>16</sup> y OTM tienen una volatilidad implícita mayor que las ATM.
- Las opciones de mayor vencimiento tienen mayor volatilidad implícita.

Todo esto se debe a la kurtosis y a la asimetría, esto es, a las colas gruesas, por tanto, los valores extremos son más probables en la realidad que lo que especifica el modelo lognormal.

Para solucionarlo han sido dos los principales caminos:

- Modificar el proceso estocástico del precio del subyacente añadiendo los denominados saltos de POISSON.
- Añadir otro proceso estocástico para la volatilidad.

Si bien este último parece el más completo, presenta un inconveniente, ya que no se trata de un proceso libre de riesgo, sino que al no negociarse directamente la volatilidad, depende de las preferencias de cada inversor.

Así pues, la intención es definir un modelo libre de riesgo que permita incorporar la volatilidad estocástica y la correlación entre el precio y la volatilidad, pero dejando al margen las preferencias del inversor, es decir, plantear un modelo de equilibrio.

Si se define el modelo:

$$\begin{aligned} dS_t &= \alpha \cdot S_t \cdot dt + \sigma_t \cdot S_t \cdot dW_{S,t} \\ d\sigma_t &= \beta \cdot \sigma_t \cdot dt + V \cdot \sigma_t \cdot dW_{\sigma,t} \\ \rho_{S,\sigma} \cdot dt &= dW_{S,t} \cdot dW_{\sigma,t} \end{aligned}$$

Donde  $S$  es el precio del activo,  $\sigma$  su volatilidad,  $\alpha$  y  $\beta$  muestran los procesos de reversión a la media del precio y su volatilidad respectivamente,  $V$  es la volatilidad de la volatilidad y  $r$  es la correlación entre el precio del activo y su volatilidad. Asimismo, se define un derivado OTC ( $f$ ):

$$f = f(S; t; \sigma)$$

<sup>16</sup> Las opciones pueden clasificarse, entre otros criterios, según su valor intrínseco (diferencia entre valor del subyacente y precio de ejercicio). Así se denominan *In The Money* o ITM (cuando dicho valor es positivo), *Out of The Money* u OTM (cuando es negativo) y *At The Money* o ATM (cuando es cero).

Si ahora consideramos una opción ( $c$ ) negociada en un mercado organizado con vencimiento a muy corto plazo sobre  $S$ , la estrategia será construir una cartera cubierta, para lo cual se vende una unidad de  $f$ , se adquieren unidades de  $S$  y  $\mu$  unidades de  $c$ , de forma que  $S$  cubre el riesgo de precio y  $c$  el de volatilidad. La esencia de este modelo (Anexo-3) es asumir que el precio de  $c$  es el obtenido del modelo de BLACK y SCHOLES, de manera que el resultado es:

$$dS_t = r \cdot S_t \cdot dt + \sigma_t \cdot S_t \cdot dW_{S,t}$$

$$d\sigma_t = -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot \sigma_t^2 \cdot dt + V \cdot \sigma_t \cdot dW_{\sigma,t}$$

De donde se desprende que:

- Si la correlación es positiva, a medida que aumenta el plazo, la volatilidad disminuye, y la estrategia es la definida inicialmente.
- Si la correlación es negativa, ocurre a la inversa, lo que significa que cuando el precio cae la volatilidad aumenta, entonces parece que la estrategia óptima sería comprar ATM<sup>17</sup> call para cubrir la volatilidad.

### C) Put sobre el riesgo de crédito.

Esta opción permite al accionista rescatable ejercer el derecho de rescate cuando el activo ( $A$ ) respecto al valor de rescate de las acciones ( $VR$ ) sea menor o igual:

$$A_t \leq VR \rightarrow \text{put}_{\text{rescatable}} = \text{máx.} (VR - A_t; 0)$$

Así el proceso estocástico que representaría el valor del activo siguiendo la propuesta de modelización completa, esto es precio y volatilidad estocásticos, será:

$$A \begin{cases} dA_t = (\mu_A - q) \cdot A_t \cdot dt + \sigma_{A,t} \cdot A_t \cdot dW_{A,t} \\ d\sigma_{A,t} = \mu_{\sigma_A} \cdot dt + V_{\sigma_{A,t}} \cdot dW_{\sigma_{A,t}} \\ E(dW_{A,t} \cdot dW_{\sigma_{A,t}}) = \rho_{A,\sigma_A} \cdot dt \end{cases}$$

<sup>17</sup> *At The Money* es decir, cuando el precio del subyacente ( $S$ ) es igual al precio de ejercicio ( $E$ ).

Donde  $q$  es la tasa de dividendo. Si ahora aplicamos la CAPM (*Capital Asset Pricing Model*):

$$R_A - r = \beta_A \cdot (R_M - r)$$

$$\beta_A = \frac{\sigma_A \cdot \rho_{M,A}}{\sigma_M}$$

$$\mu_A = \ln(1 + R_A) = \ln \left\{ 1 + [r + \beta_A \cdot (R_M - r)] \right\}$$

Siendo  $R_A$  la rentabilidad del activo,  $R_M$  la del mercado,  $r$  la tasa libre de riesgo y  $\beta_A$  la beta del activo.

Para valorar esta opción el inconveniente reside en que las fórmulas de valoración aplicables exigen que el valor del subyacente y su volatilidad sean observables, y en este caso no ocurre, de ahí que recurramos al método empleado por KMV Corporation:

$$\begin{cases} n \cdot S = K = A \cdot N(d) - P \cdot e^{-r \cdot t} \cdot N(d - \sigma_A \cdot \sqrt{t}) \\ \sigma_K = \frac{N(d) \cdot A \cdot \sigma_A}{K} \end{cases}$$

$$d = \frac{\ln\left(\frac{A}{P}\right) + \left(r + \frac{1}{2} \cdot \sigma_A^2\right) \cdot t}{\sigma_A \cdot t}$$

Donde  $t$  será el momento de vencimiento del pasivo,  $S$  el valor de mercado de las acciones,  $n$  el número de acciones, y  $\sigma_K$  la volatilidad de estimada del capital se efectuará con datos de mercado de las acciones. Con lo que resolviendo este sistema de ecuaciones podrá obtenerse el valor del activo y su volatilidad.

#### D) Put sobre el riesgo de liquidez.

Esta opción representa que la empresa comprará la inversión por el valor de rescate cuando el accionista rescatable lo solicite, por tanto, cuando el precio de mercado caiga y exista incertidumbre sobre el precio de venta para el resto de accionistas, los rescatables tendrán garantizado el reembolso del valor de rescate del título. Invertir en el mercado supone asumir dicho riesgo, que vendría representado por la venta de una opción sobre la liquidez, esto es, se recupera la inversión inicial total o parcialmente.

Para modelizar este factor hay que tener en cuenta que el riesgo de liquidez del mercado tiene dos componentes:

- a) Exógeno, que afecta a todos los participantes en el mercado, así habrá mercados líquidos en los que los costes de transacción sean despreciables, y mercados ilíquidos con alta volatilidad del *spread bid-ask*, y/o máximo-mínimo.
- b) Endógeno, que mostrará la relación entre el precio de liquidación y el volumen de la posición, y por tanto dependerá de la posición, en concreto del tamaño o volumen de la misma.

No cabe duda de que el riesgo de mercado y liquidez están estrechamente relacionados, de forma que si el mercado es libre de fricciones (posibilidad de endeudamiento al tipo de interés libre de riesgo), no existe riesgo de liquidez, pudiendo medirse el riesgo mediante el precio medio, es decir:

$$\frac{\text{bid} + \text{ask}}{2}$$

En cambio, si esta hipótesis, planteada por BLACK y SCHOLES, no es cierta, entonces emplear dicho precio medio llevaría a minusvalorar el riesgo, debiéndose emplear como precio, el medio menos algún *spread*.

En resumen, al medir el riesgo de mercado nos enfrentamos a una incertidumbre en cuanto a la rentabilidad del activo (precio medio), y otra relativa a la liquidez (*spread*), en su doble componente (exógeno y endógeno).

Dado que la fluctuación de precios de cierre es la que suele emplearse para medir el riesgo de mercado, el problema de modelizar el riesgo de liquidez puede reducirse a la estimación del comportamiento del precio a lo largo de la sesión (máximo y mínimo), y añadir el volumen como factor inverso al riesgo, esto es, a menor volumen mayor riesgo de liquidez.

Lo correcto en la medición de riesgos será tomar el precio *bid* o el mínimo; valorar las posiciones largas mientras que para las cortas se empleará el *ask* o, en su caso, el máximo. Además, ambos precios deberán ser corregidos por un factor que recoja la proporción entre el volumen de la posición y el total. De esta manera, a partir de los resultados obtenidos de los precios de cierre ( $S$ ) modelizados anteriormente, podemos extraer el comportamiento del máximo ( $M$ ) y mínimo ( $m$ ), para lo cual:

$$M_t = S_t \cdot e^{v \cdot \sqrt{t} \cdot \varepsilon \cdot h}$$

$$m_t = S_t \cdot e^{-v \cdot \sqrt{t} \cdot \varepsilon \cdot h}$$

Donde  $v$  y  $h$  serían:

$$h = a + b \cdot \ln\left(\frac{k}{3}\right)$$

$$v = \alpha \cdot \ln\left(\frac{V_t}{V_{t-1}}\right) + \beta \cdot \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$$

Siendo  $a$  la asimetría de la serie de variaciones del precio de cierre, de forma que si fuese cero (distribución normal) entonces el máximo y mínimo tendría igual incidencia a un lado y otro del cierre, en cambio, cuanto más positiva sea, mostrará una mayor tendencia alcista, con lo cual el máximo estará más alejado del cierre que el mínimo,  $k$  será la kurtosis de la serie de variaciones del precio de cierre y  $b$  el coeficiente de regresión estimado sobre el comportamiento pasado del precio de cierre, el máximo de la sesión y el mínimo, mediante mínimos cuadrados ordinarios. Y de igual forma,  $V$  será el volumen,  $S$  el precio de cierre y  $\alpha$  y  $\beta$  los coeficientes de regresión.

## 2.2. Resolución.

Como establece WILMOTT (1998), a partir de tres variables estocásticas, el mejor método de aproximación numérica es la simulación de Monte Carlo, por tanto, será éste el método que emplearemos.

La técnica de Monte Carlo se fundamenta en:

$$dW_t \equiv N(0, dt) \Rightarrow dW_t = \sqrt{dt} \cdot \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \equiv N(0, 1)$$

Por tanto, si existe un proceso estocástico, se podrá expresar como:

$$dS = \mu \cdot S \cdot dt + \sigma \cdot S \cdot dW = \mu \cdot S \cdot dt + \sigma \cdot S \cdot \sqrt{dt} \cdot \varepsilon$$

De esta manera se procedería a realizar una simulación del recorrido del precio hasta un momento futuro  $T$ . Ello exige que dicho intervalo temporal se divida en subintervalos ( $\Delta t$ ) más pequeños, con lo que el proceso anterior se expresaría en términos discretos como:

$$\Delta S = \mu \cdot S \cdot \Delta t + \sigma \cdot S \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \varepsilon \rightarrow S_k = S_{k-1} \cdot \left[ 1 + \left( \mu \cdot \Delta t + \sigma \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \varepsilon_k \right) \right]$$

Así pues, generando  $n$  variables aleatorias ( $\varepsilon$ ) se obtendrían  $n$  diferentes valores de  $S$  hasta llegar a su valor en  $T$ , si además este proceso se repite  $m$  veces, se obtienen  $m$  recorridos divididos en  $n$  subintervalos, siendo el valor esperado en  $T$ :

$$S^* = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m S_{T,i}$$

Y, finalmente, por ejemplo, el valor de una call europea en el momento presente sería:

$$C = e^{-rT} \cdot \max.(S^* - E; 0)$$

El empleo de Monte Carlo pasa por reducir el error de estimación, así si  $S^*$  es el valor medio de las estimaciones realizadas por este método y  $S$  es cada uno de los valores observados para el mismo momento temporal, entonces:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{t=1}^n (S_t - S^*)^2$$

Reemplazando  $(n-1)$  por  $n$ , resulta que al aumentar el número de observaciones o simulaciones, el error normalizado disminuye, pues sería:

$$\bar{S} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n S_t$$

$$\text{error} = \frac{S^* - \bar{S}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Un paso previo a la simulación es discretizar el proceso continuo, para lo cual deben cumplirse las condiciones de LIPSCHITZ, si no es así, no puede emplearse la transformación de EULER, anteriormente usada y definida como:

$$X_{t+1} = X_t + \alpha(t, X_t) \cdot \Delta t + \beta(t, X_t) \cdot \Delta W$$

Tales condiciones exigen una convergencia, de manera que si  $X$  es la discretización de  $S$ , entonces:

$$E(|S_T - X^a(T)|) \leq C \cdot a^k$$

$$C, a, k > 0$$

$$a \in (0, a_0)$$

La transformación de EULER cumple esta característica cuando  $k=0,5$ .

Otro método sería el de MILSTEIN:

$$X_{t+1} = X_t + \alpha(t, X_t) \cdot \Delta t + \beta(t, X_t) \cdot \Delta W + \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \frac{\partial \beta}{\partial X} \cdot [(\Delta W)^2 - \Delta t]$$

En este caso la convergencia es correcta si  $k=1$ .

Una aproximación general es la Exponencial GARCH<sup>18</sup> o EGARCH:

$$\ln[X_{n,t}] = \ln[X_{(n-1),t}] + t \cdot b_t \cdot \sigma_{n,t}^2 \cdot \varepsilon_{n,t}$$

$$\ln[\sigma_{(n+1),t}^2] = \ln[\sigma_{n,t}^2] + \beta \cdot [\alpha - \ln(\sigma_{n,t}^2)] \cdot t + c_{12} \cdot \varepsilon_{n,t} + k \cdot \left[ |\varepsilon_{n,t}| - \sqrt{\frac{2 \cdot t}{\pi}} \right]$$

Donde  $c$  representa la correlación, tal que:

$$k = \left( \frac{c_{22} - c_{12}^2}{1 - \frac{2}{\pi}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{pmatrix} dW_{1,t} \\ dW_{2,t} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dW_{1,t} & dW_{2,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & c_{12} \\ c_{12} & c_{22} \end{pmatrix} \cdot dt$$

Por tanto, deberemos optar por uno de los métodos en función de la convergencia.

Al estimar el valor de un producto cuyo precio es función de factores fundamentales, debe diferenciarse entre factores generales (índices, curvas, tipos de cambio) y factores específicos, estos últimos provocados por la imperfecta correlación entre los cambios de valor de los factores generales y las posiciones particulares de la cartera.

Para simular dichos factores específicos existen dos posibilidades:

1. Simularlos individualmente como un factor más, lo que aumentaría el número de simulaciones.
2. Descomponerlos en una suma de factores independientes entre sí, por ejemplo 3 factores:
  - Factor correlación con el índice de mercado.
  - Factor correlación con el sector.
  - Factor particular.

<sup>18</sup> Las siglas GARCH representan aquellos procesos en los que la varianza es heterocedástica, en concreto se trataría de procesos Autorregresivos Heterocedásticos Generalizados.

Así, por ejemplo, con dos factores, un índice y el factor particular, resultaría:

$$\Delta S_j = \sigma_j \cdot \rho_{jI} \cdot z_I + \sigma_j \cdot (1 - \rho_{jI}^2)^{\frac{1}{2}} \cdot z_j = \beta_j \cdot \sigma_I \cdot z_I + \sigma_j \cdot (1 - \rho_{jI}^2)^{\frac{1}{2}} \cdot z_j$$

$$\beta_j = \frac{\text{cov}(S_j, I)}{\sigma_I^2} = \frac{\sigma_j \cdot \rho_{jI} \cdot \sigma_I}{\sigma_I^2} = \frac{\sigma_j \cdot \rho_{jI}}{\sigma_I}$$

En la práctica, para simular los cambios en el valor de los factores de mercado, pueden emplearse dos métodos:

a) Descomposición de CHOLESKY de la matriz de covarianzas ( ):

$$\Sigma = A \cdot A^t$$

y emplear A como una transformación lineal sobre la que simular.

Así, por ejemplo, el modelo planteado quedaría como:

$$dS_t = S_t \cdot \left( \rho \cdot \sigma_t \cdot dW_{\sigma,t} + \sqrt{1 - \rho^2} \cdot \sigma_t \cdot dW_{S,t} \right)$$

$$d\sigma_t = -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot \sigma_t^2 \cdot dt + V \cdot \sigma_t \cdot dW_{\sigma,t}$$

b) Análisis de los componentes principales:

Pero cuando hay más de dos factores se recurre a los componentes principales:

$$C \cdot \Sigma \cdot C^{-1} = \Delta$$

Tal que  $\Delta$  es una matriz diagonal del cuadrado de los *eigenvalues* ( $\lambda_{kk}^2$ ) y, por tanto, C será una transformación lineal en la que las variables aleatorias tendrán una desviación estándar de  $\lambda_{kk}$ .

Por ejemplo, si aplicamos esta técnica sobre la modelización propuesta para el tipo de interés, donde la matriz de covarianzas del conjunto de bonos cupón cero o flujos de caja subyacentes será , y donde un elemento cualquiera sería:

$$\Sigma_{ij} = \text{cov} \left[ \ln(P(T, S_k)); \ln(P(T, S_j)) \right] = \sum_{k=1}^n \left[ \int_t^T v_k(u, S_i) \cdot v_k(u, S_j) \cdot du \right]$$

Si se descompone dicha matriz en sus *eigenvectors*» (vectores equivalentes) y *eigenvalues* (valores equivalentes):

$$\Sigma = C \cdot \Delta \cdot C^t$$

Donde la matriz  $C$  se compone de los *eigenvectors* columnas y la  $D$  de los *eigenvalues* diagonales:

$$C = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{21} & \text{L} & \lambda_{m1} \\ \lambda_{12} & \lambda_{22} & \text{L} & \lambda_{m2} \\ \text{M} & \text{M} & \text{M} & \text{M} \\ \lambda_{1m} & \lambda_{2m} & \text{L} & \lambda_{mm} \end{pmatrix}$$

$$\Delta = \begin{pmatrix} \beta_1 & 0 & \text{L} & 0 \\ 0 & \beta_2 & \text{L} & 0 \\ \text{M} & \text{M} & \text{M} & \text{M} \\ 0 & 0 & \text{L} & \beta_3 \end{pmatrix}$$

$$\beta_l = \lambda_{ll}^2$$

Entonces simulando  $M$  veces  $\varepsilon$  el valor de un bono sería:

$$Y_j(t, T, S_k) = e^{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \lambda_{ik}^2 \cdot \beta_i + \sum_{i=1}^m \lambda_{ik} \cdot \sqrt{\beta_i} \cdot \varepsilon_i}$$

Para poder aplicar estos métodos es requisito imprescindible que la matriz de covarianzas sea definida positiva<sup>19</sup>, es decir:

$$\forall k \lambda_{kk}^2 > 0$$

Dado que la modelización se ha realizado completa, esto es, considerando la volatilidad como estocástica, el problema fundamental será determinar los parámetros del proceso estocástico discreto.

<sup>19</sup> Una matriz de covarianzas puede no ser definida positiva cuando:

1. Algún *eigenvalue* es nulo, lo que se deberá a que el factor correspondiente es una combinación lineal de otros factores, por ejemplo una interpolación lineal.
2. Algún *eigenvalue* es negativo, esto podría deberse a:
  - Las estimaciones de las varianzas y covarianzas se han realizado para cada factor sobre una base temporal histórica de distinto tamaño.
  - Todas las desviaciones estándar y correlaciones estarán expresadas a través de un valor que está acabado por algún número de cifras significativas, lo que equivale a introducir ruido, y supone que haya pequeños valores negativos de los *eigenvalues*.

Hasta ahora las funciones de verosimilitud para estimar los modelos de volatilidad estocástica eran intratables, pero los avances en econometría han abierto varias soluciones:

- Cuasi-máxima verosimilitud.
- Monte Carlo de máxima verosimilitud.
- Método generalizado de los momentos.
- Monte Carlo con cadena de Markov.
- Método Eficiente de los Momentos (MEM).

Dentro de éstos, el método MEM es muy atractivo puesto que la estimación se apoya en un modelo auxiliar de la familia GARCH, así destaca el NAGARCH y el EGARCH. Este último, según se muestra en el trabajo de DETEMPLE y OSAKWE (1999), parece el más adecuado.

Supongamos un modelo general como:

$$dS_t = S_t \cdot \left[ (r - q) \cdot dt + \sigma_s(V_t, t) \cdot (\rho \cdot dZ_t + \sqrt{1 - \rho^2} \cdot dW_t) \right]$$

$$dV_t = [\mu_v(V_t, t) - \sigma_{vY}(V_t, t) \cdot \sigma_s(V_t, t) \cdot \rho] \cdot dt + \sigma_v(V_t, t) \cdot dZ_t$$

Donde  $S$  es el precio del activo,  $Y$  es la volatilidad,  $r$  el tipo de interés libre de riesgo (constante),  $q$  la tasa anual de dividendos (constante),  $\rho$  es la correlación constante entre  $Y$  y  $S$ ,  $\sigma_s$  es la volatilidad de  $S$ .

El modelo anterior es riesgo neutral pues  $\mu_Y$  está corregido para valorar con la probabilidad riesgo-neutral. Además, los movimientos Brownianos ( $Z$ ,  $W$ ) son independientes pues ya está introducida en el modelo la correlación (CHOLESKY).

La evidencia empírica sugiere que una buena aproximación de la volatilidad es el modelo EGARCH, dicha modelización sería:

$$\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = \mu - q - \frac{1}{2} \cdot \sigma_t^2 + \sigma_t \cdot \varepsilon_t$$

$$\ln(\sigma_t^2) = a_0 + a_1 \cdot \ln(\sigma_{t-1}^2) + a_2 \cdot [|\varepsilon_{t-1} + \theta_{t-1}| + a_3 \cdot (\varepsilon_{t-1} + \theta_{t-1})]$$

$$\varepsilon_t \approx N(0,1)$$

$$\theta_t = \text{prima de riesgo de } S$$

De esta forma hallados los parámetros  $a_0$ ,  $a_1, a_2$  y  $a_3$ , el modelo en ambiente riesgo-neutro sería:

$$d\ln(S_t) = \left( r - q - \frac{1}{2} \cdot V_t^2 \right) \cdot dt + V_t \cdot \left( \rho \cdot dZ_t + \sqrt{1 - \rho^2} \cdot dW_t \right)$$

$$d\ln(V_t) = \left[ \alpha - \lambda \cdot \ln(V_t) \right] \cdot dt + \sigma \cdot dZ_t$$

Donde:

$$\alpha = \frac{a_0}{2} + \frac{a_2}{\sqrt{2} \cdot \pi}$$

$$\lambda = 1 - a_1$$

$$\sigma = \frac{|a_2|}{2} \cdot \sqrt{a_3 + \frac{\pi - 2}{\pi}}$$

$$\rho = \frac{a_2 \cdot a_3}{2\sigma}$$

Siendo  $\rho$  la asimetría, esto es, si es negativa mostrará que la relación entre la rentabilidad y los cambios en la volatilidad son inversos, éste es el llamado efecto apalancamiento. Por su parte, si  $a$  es negativa, indicará una reversión a la media de largo recorrido. Y la velocidad de reversión ( $\lambda$ ), en el supuesto de que sea pequeña, mostrará una fuerte autocorrelación de la volatilidad y, por tanto, la existencia de *cluster* de volatilidad.

### 2.3. Aplicación de las técnicas de antítesis y de control.

Con la intención de reducir el error de la estimación se han desarrollado dentro de la simulación de Monte Carlo diferentes métodos accesorios. Un método para mejorar la estimación es el de la *variable de control* (Anexo-4a), que emplea la alta correlación positiva.

Existe otra técnica que emplea la correlación negativa, es la denominada *variable antitética* (Anexo-4b).

A efectos de nuestro problema, la valoración de acciones rescatables, y en función de lo ya visto, emplearemos variables de control y de antítesis, en concreto:

- Para el riesgo de crédito emplearemos el valor obtenido del precio de la put digital según el modelo de MERTON y la aplicación del sistema de ecuaciones de KMV Corporation.
- Para el riesgo de liquidez usaremos el precio de las opciones *lookback* europeas equivalentes.

Por tanto, la simulación mediante variables de antítesis y de control se desarrollará simulando en primer lugar los precios y las volatilidades para dos variables aleatorias y sus antitéticas, de manera que se obtendrían 4 precios:

$$\begin{aligned} p_{1,i} &\rightarrow f(\varepsilon_{1,i}, \varepsilon_{2,i}) \\ p_{2,i} &\rightarrow f(-\varepsilon_{1,i}, \varepsilon_{2,i}) \\ p_{3,i} &\rightarrow f(\varepsilon_{1,i}, -\varepsilon_{2,i}) \\ p_{4,i} &\rightarrow f(-\varepsilon_{1,i}, -\varepsilon_{2,i}) \end{aligned}$$

A continuación se simularían otros dos precios añadiendo las variables de control:

$$\begin{aligned} q_{1,i} &= p_{1,i} + [\text{Lookback}_{\text{simulada}} - \text{Lookback}_{\text{analítica}}] + [\text{Digital}_{\text{simulada}} - \text{Digital}_{\text{analítica}}] \\ q_{2,i} &= p_{2,i} + [\text{Lookback}_{\text{simulada}} - \text{Lookback}_{\text{analítica}}] + [\text{Digital}_{\text{simulada}} - \text{Digital}_{\text{analítica}}] \end{aligned}$$

Seguidamente se determinarán los valores:

$$\begin{aligned} y_{1,i} &= (p_{1,i} + p_{3,i} - 2 \cdot q_{1,i}) \\ y_{2,i} &= (p_{2,i} + p_{4,i} - 2 \cdot q_{2,i}) \end{aligned}$$

Y, finalmente, el precio será el valor medio:

$$\text{precio} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{2} (y_{1,i} + y_{2,i}) \right]$$

### 3. Efectos sobre los acreedores.

Si ya hemos establecido que el pasivo equivale a un bono libre de riesgo más una opción put vendida sobre el activo de la empresa, que constituye el riesgo de crédito del acreedor, ahora pretendemos analizar la variación de las garantías de éstos cuando existen acciones rescatables.

La LSA establece que la garantía de acreedores son los recursos propios, y en última instancia el capital, de ahí que le conceda el derecho de oposición en caso de reducciones de éste, pero cuando estas reducciones se deben al ejercicio del derecho de rescate, tal posibilidad de oposición desaparece, se evidencia pues una merma de garantías. Nuestra intención será analizar la situación del acreedor cuando la estructura financiera incluye acciones rescatables.

*A priori*, parece que el resultado que deberíamos obtener es un apalancamiento del riesgo de crédito que soportan los acreedores, puesto que si la solvencia de la entidad merma, los accionistas con derecho de rescate ejercerán su opción, y finalmente también la ejecutarían los accionistas ordinarios. Dicho apalancamiento sería igual a la diferencia entre el valor recuperado en caso de que no existan acciones rescatables y el obtenido en el supuesto de que formasen parte del capital y el derecho de rescate fuese del accionista.

Así pues, si la opción de rescate carece de valor es porque la entidad es solvente y, entonces, la opción de venta del activo del resto de accionistas tampoco tendrá valor. Por el contrario, si los accionistas ejercen su derecho por el valor de rescate ( $VR$ ), supondría una merma del activo, con lo que la opción put de los accionistas ordinarios sería otra:

$$\text{Put} = \text{máx.} [P - (A_t - VR); 0]$$

Esto supondría que habría mayores probabilidades de que el valor de reembolso del pasivo ( $P$ ) fuese superior al del activo ( $A$ ) tras el rescate ( $VR$ ), de ahí que digamos que el ejercicio de la opción de rescate apalanca el riesgo de insolvencia o de ejercicio de la put sobre el activo.

Por tanto, la emisión de acciones de rescate, con el derecho a favor del accionista, conlleva una merma de las garantías de los acreedores, salvo que dicha reducción se vea compensada con una nueva emisión de capital que lo reemplace.

#### 4. Análisis empírico del valor de las acciones rescatables.

Dentro de este apartado pretendemos, en primer lugar, plantear el modelo de valoración de las acciones rescatables según lo establecido anteriormente y, seguidamente, testarlo sobre datos de mercado.

##### 4.1. Determinación del modelo.

Comenzando por el planteamiento, las acciones rescatables podían segregarse, con la intención de valorarlas, como sigue:

Acción rescatable por el accionista = + bono + put (crédito) + put (rendimiento) +  
+ put (liquidez)

Acción rescatable por la empresa = - bono + put (rendimiento) - call (liquidez)

Según esto el modelo debe recoger todas las variables estocásticas que se han estudiado en los apartados anteriores de forma separada, con lo cual:

a) *Simulación del comportamiento del tipo de interés libre de riesgo (modelo HJM) y del precio de cierre del título ordinario (modelo ZHU y AVELLANEDA).*

En primer lugar tomaremos una serie histórica de la curva cupón cero estimada mediante la técnica de *bootstrapping*. Seguidamente estimaremos la matriz de covarianzas para cada uno de sus vértices, y a partir de ésta calcularemos los *eigenvalues* y *eigenvectors* de cada uno ellos.

Finalmente, simularemos el valor de cada factor de descuento según el modelo HJM mediante la técnica de antítesis sobre los componentes principales, de manera que para un vértice cualquiera  $k$  sería:

$$\left. \begin{aligned} FD_k^+ &= e^{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \lambda_{ik}^2 \cdot \beta_i + \sum_{i=1}^m \lambda_{ik} \cdot \sqrt{\beta_i} \cdot \varepsilon_i} \\ FD_k^- &= e^{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \lambda_{ik}^2 \cdot \beta_i + \sum_{i=1}^m \lambda_{ik} \cdot \sqrt{\beta_i} \cdot -\varepsilon_i} \end{aligned} \right\} FD_k = \frac{FD_k^+ + FD_k^-}{2}$$

A partir de estos factores de descuento ( $FD$ ) simulados podremos estimar el valor del bono cupón cero sin riesgo ( $b$ ) y la correspondiente tasa ( $r$ ) como:

$$b_k = \text{Nominal} \cdot FD_k$$

$$r_k = - \frac{\ln (FD_k)}{k}$$

Una vez estimados los tipos de interés libre de riesgo, procederemos a simular el comportamiento del precio de cierre de la acción ordinaria. Pero en este caso, dado que sólo hay dos factores (precio y volatilidad), emplearemos la descomposición de CHOLESKY en lugar de los componentes principales usados en la modelización de la curva de intereses.

La discretización que se empleará para simular el comportamiento del precio de la acción es la resultante de la transformación de EULER, por lo que también comprobaremos que se cumple la condición de convergencia expuesta en apartados anteriores para  $k = 0,5$ . Por tanto, testaremos que existe algún valor de  $C$  y  $a$ , que se cumple que:

$$E[|S^* - S|] \leq C \cdot a^{0,5}$$

Siendo  $S^*$  diferentes valores del precio de mercado de la acción y  $S$  del simulado.

De esta manera, el modelo discretizado de la volatilidad, sobre el que simular será:

$$\sigma_t = \sigma_{t-1} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot \sigma_{t-1} \cdot \Delta t + V \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \varepsilon_i}$$

Y para el precio de cierre de la acción sería:

$$S_t = S_{t-1} \cdot e^{(\rho \cdot \sigma_t \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \varepsilon_i + \sqrt{1-\rho^2} \cdot \sigma_t \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \varepsilon_j)}$$

Para estimar los parámetros del modelo recurriremos al MEM, empleando como aproximación un EGARH definido como:

$$\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = r - q - \frac{1}{2} \cdot \sigma_t^2 + \sigma_t \cdot \varepsilon_t$$

$$\ln(\sigma_t^2) = a_0 + a_1 \cdot \ln(\sigma_{t-1}^2) + a_2 \cdot |\varepsilon_{t-1}| + a_3 \cdot (\varepsilon_{t-1})$$

Con lo cual, una vez hallados los parámetros  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$ , el modelo sería:

$$\sigma_t = \sigma_{t-1} \cdot e^{(\alpha - \lambda \cdot \ln(\sigma_{t-1})) \cdot \Delta t + (V \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \varepsilon_i)}$$

$$S_t = S_{t-1} \cdot e^{(r - q - \frac{1}{2} \cdot \sigma_t^2) \cdot \Delta t + (\sigma_t \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \varepsilon_i + \sqrt{1-\rho^2} \cdot \sigma_t \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \varepsilon_j)}$$

Donde:

$$\alpha = \frac{a_0}{2} + \frac{a_2}{\sqrt{2} \cdot \pi}$$

$$\lambda = 1 - a_1$$

$$V = \frac{|a_2|}{2} \cdot \sqrt{\frac{a_3}{a_2} + \frac{\pi - 2}{\pi}}$$

$$\rho = \frac{a_3}{V}$$

b) A partir de los precios de cierre de la acción y de los tipos de interés, simulación del valor del activo.

A partir del valor de mercado de la sociedad, la volatilidad de dicho precio y el valor de su pasivo, aplicando la propuesta de KMV Corporation, estimamos el valor actual del activo y su volatilidad, para lo cual resolveremos el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{cases} n \cdot S = K = A \cdot N(d) - P \cdot e^{-r \cdot t} \cdot N(d - \sigma_A \cdot \sqrt{t}) \\ \sigma_K = \frac{N(d) \cdot A \cdot \sigma_A}{K} \end{cases}$$

$$d = \frac{\ln\left(\frac{A}{P}\right) + \left(r + \frac{1}{2} \cdot \sigma_A^2\right) \cdot t}{\sigma_A \cdot t}$$

Posteriormente, sobre valores de cierre del índice de mercado IBEX-35 ( $M$ ), estimaremos su rentabilidad anualizada, su varianza y la correlación con el mercado, de manera que:

$$\begin{aligned} \rho_{M,A} &\cong \rho_{M,S} \\ R_A - r &= \beta_A \cdot (R_M - r) \\ \beta_A &= \frac{\sigma_A \cdot \rho_{M,A}}{\sigma_M} \\ \mu_A &= \ln(1 + R_A) = \ln\left\{1 + \left[r + \beta_A \cdot (R_M - r)\right]\right\} \end{aligned}$$

Una vez determinados el valor presente de la volatilidad del activo, su valor y su rentabilidad media, simularemos su comportamiento mediante la técnica de antítesis, previa aplicación de la descomposición de CHOLESKY, de forma que tomaremos diferentes valores de la tasa anual de dividendos, el valor medio de la volatilidad del activo y de la correlación entre el valor del activo y su volatilidad, para comprobar su incidencia sobre el valor de la acción rescatable, siendo las ecuaciones discretas <sup>20</sup> sobre las que simularemos las siguientes:

$$\begin{aligned} \sigma_{A,t} &= \sigma_{A,t-1} \cdot e^{\mu_{\sigma_A} \cdot \Delta t + v_{\sigma_A,t} \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \varepsilon_i} \\ A_t &= A_{t-1} \cdot e^{\left(\mu_A - q - \frac{1}{2} \cdot \sigma_{A,t}^2\right) \cdot \Delta t + \left(\rho_{A,\sigma_A} \cdot \sigma_{A,t} \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \varepsilon_i + \sqrt{1 - \rho_{A,\sigma_A}^2} \cdot \sigma_{A,t} \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \varepsilon_j\right)} \end{aligned}$$

<sup>20</sup> Al no disponer de los valores continuos en el tiempo del activo y su volatilidad, hemos optado por la transformación de EULER para discretizar el proceso estocástico.

c) A partir de los precios de cierre obtenidos y de los tipos de interés, simulación del valor de los precios máximos y mínimos.

Tomando una serie de precios diarios (máximos, mínimo y cierre) de la acción ordinaria, y dado que el valor medio de una variable aleatoria es cero, y como las observaciones son diarias ( $t=1$ ), podemos extraer los valores históricos de  $h$  y  $v$  resolviendo el sistema siguiente:

$$\begin{cases} h_t = \frac{1}{v_t} \cdot \ln\left(\frac{M_t}{S_t}\right) \\ v_t = \frac{1}{h_t} \cdot \left[-\ln\left(\frac{m_t}{S_t}\right)\right] \end{cases}$$

Sobre diferentes series, de igual tamaño, de las diferencias diarias del precio de cierre estimaremos la asimetría ( $a$ ) y la kurtosis ( $k$ ), al mismo tiempo para diferentes volúmenes, y tomando el volumen diario negociado ( $V$ ) de la acción ordinaria, estimaremos la regresión sobre los valores históricos de  $h$  y  $v$  estimados anteriormente:

$$\begin{aligned} h &= a + b \cdot \ln\left(\frac{k}{3}\right) \\ v &= \alpha \cdot \ln\left(\frac{V_t}{V_{t-1}}\right) + \beta \cdot \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) \end{aligned}$$

Finalmente, tomando diferentes volúmenes diarios y sobre los precios simulados en la primera parte del análisis para la acción ordinaria, recalcularemos la kurtosis y la asimetría, y finalmente los valores de  $h$  y  $v$ . De tal manera que, en cada intervalo tendremos unos precios máximo y mínimo generados a partir de:

$$\begin{aligned} M_t &= S_t \cdot e^{v \cdot \sqrt{t} \cdot \varepsilon \cdot h} \\ m_t &= S_t \cdot e^{-v \cdot \sqrt{t} \cdot \varepsilon \cdot h} \end{aligned}$$

d) Obtención de las variables de control.

Para determinar la variable de control de la opción sobre el riesgo de crédito, debemos recordar que existían dos opciones digitales, una emitida por los accionistas ordinarios, con relación a las acciones rescatables por su valor de rescate ( $VR$ ):

$$A_t \leq VR \rightarrow \text{put}_{\text{rescatable}} = \text{máx.}(VR - A_t; 0)$$

Y otra emitida por los acreedores, siendo los poseedores los accionistas ordinarios:

$$A_t \leq P \rightarrow \text{put}_{\text{ordinaria}} = \text{máx.}(P - A_t; 0)$$

Nuestra intención será, para diferentes vencimientos y en función de los valores simulados previamente del activo, obtener el valor de dichas opciones como:

$$\begin{aligned} \text{put}_{t,i}^{\text{rescatable}} &= \text{máx.}(\text{VR} - A_{i,t}; 0) \\ \text{put}_{t,i}^{\text{ordinaria}} &= \text{máx.}(P - A_{i,t}; 0) \\ \text{put}_{t,i}^{\text{rescatable+ordinaria}} &= \text{máx.}((\text{VR} + P) - A_{i,t}; 0) \\ \text{put}_{t,\text{simulada}} &= \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n e^{-r_i \cdot t} \cdot \text{put}_{t,i} \end{aligned}$$

Donde  $i$  será cada uno de los valores simulados, la primera put será la rescatable, la segunda la ordinaria, y la tercera frente a la segunda mostrará el apalancamiento que se produce en el riesgo de crédito de los acreedores, cuando el capital se compone de acciones ordinarias y rescatables.

Por otro lado, estimaremos el valor de dichas opciones según sus fórmulas analíticas:

$$\begin{aligned} \text{Put}_{\text{rescatable}} &= A \cdot \left[ e^{-r \cdot t} \cdot N(-d_1) + e^{-r \cdot t} \cdot \left( \frac{\text{VR}}{A} \right)^{\frac{2(r-q)}{\sigma^2} - 1} \cdot N(-d_2) \right] \\ \text{Put}_{\text{ordinaria}} &= A \cdot \left[ e^{-r \cdot t} \cdot N(-d_1) + e^{-r \cdot t} \cdot \left( \frac{P}{A} \right)^{\frac{2(r-q)}{\sigma^2} - 1} \cdot N(-d_2) \right] \\ \text{Put}_{\text{ordinaria+rescatable}} &= A \cdot \left[ e^{-r \cdot t} \cdot N(-d_1) + e^{-r \cdot t} \cdot \left( \frac{P + \text{VR}}{A} \right)^{\frac{2(r-q)}{\sigma^2} - 1} \cdot N(-d_2) \right] \end{aligned}$$

Donde:

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{\ln\left(\frac{A \cdot e^{(r-q)t}}{E}\right)}{\sigma \cdot \sqrt{t}} - \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \sqrt{t} \\ d_2 &= \frac{\ln\left(\frac{A}{E}\right) - r + q + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot t}{\sigma \cdot \sqrt{t}} \end{aligned}$$

Siendo el precio de ejercicio ( $E$ ) para la put rescatable el valor de rescate ( $VR$ ), para la ordinaria el valor del resto del pasivo ( $P$ ), y para la completa la suma de los dos anteriores ( $VR+P$ ).

Finalmente, la variable de control en cada caso será la diferencia entre el valor de las opciones obtenido mediante la simulación y el estimado a través de las correspondientes fórmulas cerradas.

Respecto al riesgo de liquidez, que equivalía a una opción *lookback*, distinguimos entre la situación en la que el accionista poseía el derecho de rescate, y aquella otra en la que era la sociedad quien lo poseía. De esta manera, y dado que las opciones *lookback* con fórmula analítica de valoración son europeas, procederemos como sigue en cada una de las dos posibilidades antes comentadas:

- a) Si es el accionista quien posee el derecho de rescate, entonces tendrá una opción *lookback* con precio de ejercicio fijo igual al valor de rescate de las acciones ( $VR$ ), y dado que debemos considerarla europea, puesto que no existe fórmula cerrada para las de estilo americano, obtendremos el valor de dicha *lookback* europea para diferentes vencimientos sobre los precios mínimos simulados ( $m$ ) en el apartado anterior, de manera que si el subíndice  $i$  muestra cada simulación resultará:

$$\begin{aligned} \text{put}_{t,i} &= \text{máx.}(VR - m_{i,t}; 0) \\ \text{put}_{t,\text{simulada}} &= \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n e^{-r_i \cdot t} \cdot \text{put}_{t,i} \end{aligned}$$

A su vez, obtendremos el valor de dicha put mediante la fórmula cerrada:

$$\begin{aligned} \text{Put} &= E \cdot e^{-r \cdot T} \cdot N(-d + \sigma \cdot \sqrt{T}) - S \cdot e^{-q \cdot T} \cdot N(-d) + \\ &+ e^{-r \cdot T} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{r} \cdot \left[ \left( \frac{S}{m} \right)^{-\frac{r-q}{\sigma^2}} \cdot N\left(-d + \frac{2 \cdot (r-q) \cdot \sqrt{T}}{\sigma}\right) - e^{-(r-q) \cdot T} \cdot N(d) \right] \\ d &= \frac{\ln\left(\frac{S}{m}\right) + \left(r - q + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}} \end{aligned}$$

Siendo entonces la variable de control la diferencia entre ambos importes.

- b) De igual forma operaremos para el caso en el que sea la sociedad quien posea el derecho de rescate, sólo que recordando que se trataría de una opción call *lookback* parcial, esto es, que no puede ejercerse hasta transcurridos 3 años al menos desde la emisión, de manera que empleando en este caso el precio máximo ( $M$ ) resultaría:

$$\begin{aligned} \text{call}_{t,i} &= \text{máx.}(M_{i,t} - VR; 0) \\ \text{call}_{t,\text{simulada}} &= \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n e^{-r_i \cdot t} \cdot \text{put}_{t,i} \end{aligned}$$

Y estimando el valor de dicha opción mediante la fórmula analítica siguiente:

$$\begin{aligned} \text{call} &= S \cdot N(d) - S \cdot N(d - \sigma \cdot \sqrt{T-3}) \cdot e^{-r \cdot (T-3)} + \\ &+ \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{r} \cdot \left[ N(-d) + N(d - \sigma \cdot \sqrt{T-3}) \cdot e^{-r \cdot (T-3)} \right] \\ d &= \frac{r + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2}{\sigma} \cdot \sqrt{T-3} \end{aligned}$$

La diferencia entre ambos valores será la variable de control.

e) *Estimación de los valores finales.*

El valor final de cada uno de los componentes (*building block*) de la acción rescatable se estimará como sigue:

1) Bono libre de riesgo:

Será el valor medio simulado mediante la técnica de antítesis, según se definió en el apartado a).

2) Opción sobre el rendimiento:

A partir de los valores del bono libre de riesgo y del precio de cierre, resultantes de la simulación en el apartado a), así como de los simulados en el apartado b) para el valor del activo, estimaremos el valor de esta opción mediante la técnica de antítesis según se indica a continuación:

$$\begin{aligned} R_i &= \text{máx.} \left\{ b_i - \left[ S_{t,i} + \text{máx.} (P - A_{t,i}; 0) \right]; 0 \right\} \\ R_{t,\text{simulada}} &= \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n e^{-r_i \cdot t} \cdot R_{t,i} \end{aligned}$$

3) Opción sobre el riesgo de crédito:

Los precios del activo se estimarán según se indicó en el apartado b), donde serán precisas dos variables aleatorias puesto que la volatilidad también la hemos tomado como estocástica, de manera que al combinar las dos variables aleatorias junto con la técnica de antítesis resultarán los siguientes precios:

$$p_{1,i} \rightarrow f(\varepsilon_{1,i}, \varepsilon_{2,i})$$

$$p_{2,i} \rightarrow f(-\varepsilon_{1,i}, \varepsilon_{2,i})$$

$$p_{3,i} \rightarrow f(\varepsilon_{1,i}, -\varepsilon_{2,i})$$

$$p_{4,i} \rightarrow f(-\varepsilon_{1,i}, -\varepsilon_{2,i})$$

A continuación se simularían otros dos precios añadiendo las variables de control:

$$q_{1,i} = p_{1,i} + [\text{Digital}_{\text{simulada}} - \text{Digital}_{\text{analítica}}]$$

$$q_{2,i} = p_{2,i} [\text{Digital}_{\text{simulada}} - \text{Digital}_{\text{analítica}}]$$

Seguidamente se determinarían los valores:

$$y_{1,i} = (p_{1,i} + p_{3,i} - 2 \cdot q_{1,i})$$

$$y_{2,i} = (p_{2,i} + p_{4,i} - 2 \cdot q_{2,i})$$

Y, finalmente, el precio será el valor medio:

$$\text{precio} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{2} (y_{1,i} + y_{2,i}) \right]$$

#### 4) Opción sobre el riesgo de liquidez:

Operaremos igual que en el supuesto anterior, sólo que sobre los precios máximos y mínimos obtenidos del apartado c), siendo en este caso las variables de control las siguientes:

$$q_{1,i} = p_{1,i} + [\text{Lookback}_{\text{simulada}} - \text{Lookback}_{\text{analítica}}]$$

$$q_{2,i} = p_{2,i} + [\text{Lookback}_{\text{simulada}} - \text{Lookback}_{\text{analítica}}]$$

Finalmente, sumaremos todos los resultados parciales para determinar el valor de la acción rescatable por los accionistas y por la sociedad; y al mismo tiempo, estimaremos el efecto que provoca sobre las garantías de acreedores la emisión de este tipo de acciones.

#### 4.2. Aplicación práctica al mercado.

Con la intención de comprobar en la práctica el análisis teórico que se ha desarrollado hasta aquí, de manera que pudiese servir como referente al determinar si las acciones rescatables constituyen una alternativa a la renta variable pura y a la renta fija, con cabida en nuestro mercado, se tomó el título de UNIÓN FENOSA (UNF) como base para los cálculos, es decir, suponiendo que dicha entidad emitiese este tipo de acciones, cuál sería el comportamiento del precio de las mismas bajo las hipótesis de este trabajo. Para esto, se consideró que las acciones rescatables fueron emitidas el primer día de negociación de 1998, y se procedió a estimar los parámetros que influyen en su valor, obteniéndose el precio teórico trimestral de dichos títulos.

El primer factor que se determinó, fueron las curvas de tipos de interés. Ello se llevó a cabo mediante la simulación del modelo HJM previamente estimado a través del análisis de componentes principales de la matriz de covarianzas de los vértices de la curva. Dicha simulación se realizó a partir de datos de la curva desde 1993 hasta 1997, con 100 intervalos y 5.000 recorridos simulados, el resultado para cada uno de los días de inicio de los trimestre en que se pretende valorar la acción rescatable fue el que se presenta:

En términos de valor descontado, los precios simulados de los bonos cupón cero correspondientes a cada vértice fueron:

FECHAS	3 MESES	6 MESES	9 MESES	1 AÑO	2 AÑOS	3 AÑOS	4 AÑOS	5 AÑOS
02-01-98	98.85	97.76	96.70	95.63	91.27	86.74	82.18	77.96
01-04-98	98.95	97.96	96.98	95.93	91.74	87.52	83.33	79.41
01-07-98	98.96	97.97	96.99	95.98	91.91	87.77	83.64	79.77
01-10-98	99.04	98.17	97.30	96.55	93.39	90.07	86.64	83.36
04-01-99	99.23	98.48	97.73	96.99	93.99	90.85	87.58	84.45
01-04-99	99.29	98.58	97.88	97.17	94.27	91.02	87.49	84.20
01-07-99	99.35	98.66	97.93	97.01	93.40	89.47	85.40	81.67
01-10-99	99.27	98.47	97.64	96.50	92.21	87.65	83.06	78.90
31-12-99	99.17	98.27	97.29	96.03	91.41	86.69	82.00	77.72

A continuación, se procedió a determinar el comportamiento teórico de la acción ordinaria bajo el modelo riesgo neutral de AVELLANEDA y ZHU descrito en los apartados anteriores. En dicha estimación se trabajó con datos sobre la volatilidad y el precio de UNF desde 1993 hasta 1997; además, para el cálculo de los parámetros, se recurrió a un modelo auxiliar del tipo EGARCH, a partir del cual se obtuvo por ejemplo, que la correlación entre la volatilidad y el precio de UNF es negativa y significativa (-0,657), lo cual justifica el empleo de modelos de volatilidad estocástica que recogan la *smile*, puesto que las acciones rescatables podrán ser muy ITM u OTM. Todas simulaciones realizadas se llevaron a cabo mediante la división en 100 intervalos de cada uno de los 5.000 recorridos simulados, dichas simulaciones se corresponderían con cada uno de los trimestres en que se pretende valorar la acción rescatable, de manera que el valor medio simulado para cada uno ellos, se toma como valor de partida para la simulación del siguiente trimestre.

Como resultado de todo ello, se obtuvieron los siguientes resultados sobre el comportamiento de la volatilidad de la acción ordinaria:

Para comprobar la fiabilidad del modelo respecto de la volatilidad del mercado, comparamos ésta con la simulada en los períodos trimestrales que van desde comienzos de 1998 hasta finales de 1999:

Una vez obtenida la volatilidad estocástica, procedimos a simular el precio de la acción ordinaria:

Dicha simulación la repetimos para diferentes *drifts*, puesto que no teníamos datos sobre la tasa anual de dividendos de UNF, que nos permitiera simular su comportamiento en el período objeto de estudio, además creímos de interés emplear varias tasas, ya que el dividendo es un factor importante en la valoración de las acciones rescatables. Los resultados se muestran a continuación:

Como se evidencia, el título de UNF estuvo siempre por encima del precio simulado para una tasa de dividendos nula, y por debajo de una tasa igual al interés libre de riesgo simulado, aunque al final de 1999 el valor fue muy próximo; la tasa que más se aproximó al comportamiento del precio de la acción ordinaria, fue la resultante de restar un 1% al interés libre de riesgo simulado al inicio. Finalmente, en ningún caso parece óptimo emplear una tasa superior al interés simulado. Estos resultados no deben sorprendernos, puesto que nuestra intención es construir un modelo riesgo neutral, y lógicamente, el *drift* deberá ser igual a la tasa libre de riesgo.

Una vez simulado el precio de la acción ordinaria, a través de la propuesta de KMV Corporation, obtuvimos el valor del activo y su volatilidad a partir de los precios de la acción y la volatilidad de ésta (período 1993-1997). Con dichos valores, procedimos a simular el valor del activo de igual forma que hicimos con el precio de la acción de UNF, esto es, a través de un modelo auxiliar EGARCH. Además, dado que desconocíamos la ratio de endeudamiento de UNF para el período 1998-1999, definido como cociente entre el pasivo exigible y el neto, simulamos el activo bajo tres ratios diferentes; un valor de 1, de 0,5 y de 1,5; los resultados obtenidos comparados con el precio de la acción simulada y los valores de mercado de ésta fueron los siguientes:

Comprobamos que a mayor grado de endeudamiento mejor se ajustaba el modelo y, al mismo tiempo, puede verse que cuanto mayor es el endeudamiento, menor es el valor del activo. De estos cálculos también debemos destacar que el *drift* del proceso estocástico seguido por el activo, que como expusimos en los apartados anteriores, lo expresamos en función del índice de mercado (IBEX-35), está influenciado por la ratio de endeudamiento, es decir, cuanto mayor es éste, menor es aquél. Finalmente, destacamos que al igual que ocurría con la acción y su volatilidad, entre el valor del activo y su volatilidad existe una correlación negativa, aunque alrededor de la mitad (-0,32) de la que determinamos en el caso de la acción.

Seguidamente, procedimos a simular el comportamiento de los precios máximos y mínimos de la acción ordinaria, para el período en estudio y a partir de los precios simulados de la acción. Con la intención de evitar el efecto de un *drift* que no fuese riesgo neutral, consideramos que la tasa de dividendos igual al tipo libre de riesgo simulado. Los resultados, comparados con los precios máximos y mínimos de mercado para 1998-99, fueron los siguientes:

Son dos las principales conclusiones que pueden extraerse de esta estimación, por un lado, el diferencial entre máximo y mínimo simulado es superior en media al de mercado, lo que nos hace pensar que probablemente una regresión condicional y no lineal de volumen, asimetría y kurtosis se ajuste mejor; y por otro, que en la mayoría de ocasiones el precio simulado se encuentra más próximo al máximo simulado que al mínimo, lo que sin duda alguna se debe a la asimetría de la serie, esto es, el modelo recoge la tendencia alcista del precio para el período objeto de estudio, por lo que el máximo está más cerca del cierre.

Dentro del análisis empírico de las opciones, que según este trabajo, incorpora una acción rescatable, comenzamos estimando el valor de la opción de rescate en poder del inversor (put), para lo cual se considera que dicha opción es de valor de rescate fijo e igual al valor simulado de la acción ordinaria al inicio de cada trimestre del período de valoración, siendo el vencimiento de la misma de 3 años, todo ello se realizó para diferentes tasas de dividendo con los siguientes resultados:

Resulta evidente que cuanto mayor es la tasa de dividendos, mayor es el valor de la opción de rescate, lo que evidencia que un mayor reparto de dividendo, conlleva una menor capitalización de resultados y, por ende, una menor solvencia a largo plazo.

También comparamos el valor de esta opción put de rescate con el valor de la opción put que posee el accionista ordinario frente al acreedor, y con el valor total de ambas opciones, para comprobar el apalancamiento de la emisión de este tipo de acciones en las garantías de los acreedores. Para esto consideramos que diferentes ratios de endeudamiento ( $k$ ), y para evitar el efecto del dividendo, tomamos una tasa nula. Así pues, los resultados fueron:

Comprobamos que la opción de rescate es independiente de la ratio de endeudamiento, en cambio la ordinaria tiene mayor valor a medida que dicha ratio aumenta y, finalmente, la total sufre un apalancamiento superior a la simple suma de ambas opciones, es decir, a pesar de que el valor de la opción put de rescate es independiente de la ratio de endeudamiento, ya que es la acción rescatabla la privilegiada en cuanto a la exigencia del cobro, el efecto que la emisión de este tipo de acciones tiene sobre las garantías de los acreedores es más negativa que una simple suma, siendo mayor el efecto cuanto más elevado es la ratio de endeudamiento.

Después de esto, procedimos a determinar el valor de la opción de rescate en poder del emisor (call), considerando diferentes tasas de dividendos y una ratio de endeudamiento constante de 1, ya que como antes comprobamos su valor no afecta al de la opción de rescate. Obtuvimos los siguientes valores que presentamos gráficamente:

Como puede verse, la tasa de dividendos es un factor clave cuando la volatilidad de la acción no es significativa (comienzos de 1998), en esos instantes en los que prevalece más el dividendo que el valor de mercado de la acción, resulta que cuanto mayor es la tasa de dividendos con relación al tipo de interés simulado, mayor es el valor de la opción, puesto que, como comprobamos anteriormente, el valor de la acción será mayor, y dado que el valor de rescate es fijo, el valor intrínseco de la call aumenta.

A continuación estudiamos las opciones de liquidez suponiendo que la put de rescate y la call de rescate vencen a 3 años, además empleamos diferentes tasas de dividendos, y obtuvimos:

De estos resultados se desprende que la call no está afectada por la liquidez, es decir, que este factor sólo influye cuando el derecho de rescate lo posee el inversor (put), lo cual es lógico, ya que será éste el que sufra el diferencial entre máximo y mínimo. Además, se constata que cuanto más próximo sea el *drift* a la tasa libre de riesgo simulada, mayor será el valor de la opción de liquidez (*lookback*) como consecuencia de la mayor capitalización de la empresa y consiguiente aumento del valor del activo.

Otro análisis que realizamos fue el relativo al estilo de la opción de rescate, así comparamos la put a 3 años de estilo europeo y de estilo bermuda. En este último caso consideramos como fechas de posible ejercicio anticipado los inicios de cada trimestre del período de estudio. Al respecto se obtuvo:

Pudimos comprobar que el factor fundamental no era la tasa de dividendos, sino la volatilidad del período de ejercicio anticipado, así cuando ésta se situaba próxima a la media, entonces el dividendo si resultaba clave, siendo la opción de mayor valor la de estilo europeo y con un dividendo superior al tipo libre de riesgo simulado, es decir, la opción más valiosa era aquella que mayores flujos podía generar, con el consiguiente efecto negativo sobre la capitalización. Por el contrario, cuando la volatilidad aumentaba entonces la opción bermuda se situaba por encima de las respectivas opciones europeas con igual tasa de dividendo.

Finalmente, en lo relativo a las opciones incorporadas en la acción rescatable, comparamos dos opciones put de rescate de estilo europeo, con vencimiento a 3 años, con tasa de dividendo nula, para evitar la influencia de este factor, y con valores de rescate fijo (precio de la acción al inicio del trimestre) y variable (media del trimestre). Los resultados fueron:

Como muestra el gráfico, el valor de rescate fijo hace que la opción tenga mayor valor, puesto que una media supone un alisamiento de la tendencia y, por tanto, de la volatilidad, siendo ésta la causa de que se emplee en mercados muy volátiles. Lógicamente cuanto mayor sea el período de cómputo de la media (put asiática), mayor será la diferencia frente a la opción de valor de rescate fijo.

Para terminar el análisis, comparamos el valor de la acción ordinaria (UNF-M) al inicio de cada trimestre desde 1998 hasta 1999, con el valor simulado (UNF-S) de la misma, de su activo y con el valor de la acción rescatable. Esta última se estimó como suma del bono más las diferentes opciones incorporadas, considerándolas de estilo europeo, a 3 años y con valor de rescate fijo. Además, para evitar el efecto del dividendo se toma una tasa nula, así como una ratio de endeudamiento constante de 1. Dichas opciones de rescate se incorporan para el emisor (Acción-Re) y para el inversor (Acción-Ri). Gráficamente se obtuvo lo siguiente:

En este gráfico destaca como la acción rescatable a petición del inversor tiene mayor valor que la ordinaria simulada, mientras que la rescatable a voluntad del emisor se sitúa por debajo.

## VI. SUMARIO Y CONCLUSIONES

Para terminar este trabajo, presentamos las conclusiones que se desprenden del análisis realizado sobre las acciones rescatables. Con el fin de facilitar su comprensión, las presentamos agrupadas por temas:

### 1. Relativas a la normativa legal:

- La LSA no establece la forma de ejercer el derecho de rescate, así cuando tal potestad corresponde al accionista, deberá ser colectivamente, ya que sino resultará inviable para la sociedad emisora; mientras que si el derecho de rescate es a voluntad de la sociedad emisora, deberán estar fijadas las fechas de amortización, puesto que sino sería precisa la celebración de Junta General para acordar el rescate. Creemos pues necesario que desde la emisión se fijen todas las condiciones de amortización (fecha máxima, forma de ejercer el rescate, posibles plazos intermedios de ejercicio del derecho y características del valor de rescate)
- El límite de emisión se estimará sobre la cifra capital resultante tras la emisión de las acciones rescatables.

- La normativa actual que resulta insuficiente deja bastantes aspectos pendientes:
  - No obliga a establecer estatutariamente la posibilidad y condiciones de emisión de estos títulos, como así recomienda la Directiva Comunitaria.
  - No regula la fijación de los períodos de rescate y del plazo máximo.
  - No establece como fijar el valor de rescate, ni si debe ser fijo o cabe la posibilidad que fuera variable.

## 2. Relativas a la contabilidad:

- Desde el punto de vista contable, el principal problema es que la normativa nacional analizada resulta insuficiente para obtener conclusiones, por lo que completamos el estudio con la normativa internacional.
- Tanto inversor como emisor deberán recoger mediante cuentas de orden los títulos, por una cuantía igual al valor nominal o el valor de rescate, caso que este último fuera fijo.
- El instrumento financiero podrá recogerse como una unidad, o bien separar la acción de la opción de rescate. De optarse por separar en cuentas distintas las acciones y las opciones incorporadas, estas últimas deberán aparecer en cuentas de activo o pasivo, dependiendo de que sean un derecho o una obligación.
- El emisor únicamente debería contabilizar por separado su pasivo financiero cuando el derecho de rescate lo posea el inversor y exista prima de emisión al menos por el valor de la opción de rescate. En cuanto al inversor parece que sólo sería adecuado dividir el instrumento financiero para su registro, cuando el derecho lo posea el propio accionista.
- En cuanto a las correcciones valorativas, el emisor debe dotar provisión para riesgos y gastos cuando prevea pérdidas en el valor de las opciones, salvo que el derecho lo tuviera él y por un valor de rescate fijo, en cuyo caso no reconoce resultados hasta el vencimiento. Por su parte, el inversor, en el supuesto de que poseyera el derecho de rescate por un valor fijo, la opción sería de cobertura, con lo que las diferencias de la opción se cubren con las de la acción; pero si fuese variable, o el derecho perteneciese al emisor, deberá corregir el valor de la acción en su conjunto, salvo que hubiese realizado el registro separado de los componentes, en cuyo caso, las mermas potenciales de valor de la opción se cubrirán mediante con una provisión específica y diferenciada de la correspondiente a la acción.
- Por último, en cuanto a la amortización, para el emisor supondrá una reducción de capital, imputándose las diferencias que surjan contra reservas disponibles; por su parte, el inversor dará de baja el instrumento llevando las diferencias a resultados.

## 3. Relativas a las características financieras:

Dentro de este apartado, las conclusiones principales a las que se han llegado son:

- Este tipo de título constituye una fuente financiera que se sitúa entre el neto y el pasivo exigible.
- La principal diferencia financiera de estas acciones con las ordinarias es el derecho de rescate, lo que conlleva la definición de las mismas como un instrumento híbrido, esto es, una financiación que lleva aparejada una serie de opciones. Esto hace posible que sea aplicable la teoría de opciones y, dentro de ésta, la paridad put-call, que servirá de base para determinar su valor en ambiente riesgo neutral.
- El derecho de rescate a voluntad del inversor equivale a una put emitida por los accionistas ordinarios, mientras que si tal derecho lo posee el emisor, se convierte en una call emitida por los inversores.
- Los factores fundamentales que implícitamente afectan a estos títulos son el valor del activo, la tasa de dividendos, la liquidez y el tipo de interés; además, hay que unir la volatilidad del precio y del valor del activo como principales causantes de los ejercicios anticipados, en caso de que exista tal derecho.
- La opción de rescate es binaria, y en el caso de que sea a voluntad de la empresa *delayed*, además podrá ser de varios estilos, aunque por razones obvias, entendemos que serán europeas o bermuda. Finalmente, el valor de rescate podrá ser fijo o un promedio (pseudo-asiática).

#### 4. Relativas a la valoración.

En lo relativo a la valoración hemos comprobado que:

- La tasa de dividendos afecta negativamente al valor del activo y, por tanto, su incidencia sobre la put será favorable. Para la call también lo será, puesto que permitirá modificar la estructura financiera cuando el coste de dichas acciones sea muy superior a la tasa libre de riesgo.
- La ratio de endeudamiento no afecta directamente al valor de estas acciones, aunque al analizar el efecto que tiene sobre las garantías de los acreedores se comprueba un apalancamiento mayor a medida que se aumenta dicha ratio. En cambio, el grado de endeudamiento sí afecta al valor del activo y, por lo tanto, al posible ejercicio anticipado del rescate.
- La liquidez es un factor importante, ya que el inversor garantiza el valor de reembolso de su inversor, de forma similar a la renta fija, evitando así los diferenciales entre el máximo y el mínimo, o entre los precios comprador y vendedor. Mientras esta liquidez se ve afectada por la tasa de dividendos para el inversor, en supuesto de call (derecho de rescate a favor del emisor), es independiente.
- Si la opción es de estilo europeo tiene un valor superior a si lo es bermuda, por cuanto una media alisa las fluctuaciones del precio y, por tanto, los posibles resultados, tanto positivos como negativos.

- Si se trata de una put, la acción rescatable se sitúa por encima de la ordinaria, por el contrario, si es una call, lo hace por debajo.

En general podemos afirmar que, a pesar de ciertas críticas ya comentadas, este tipo de títulos abre una serie de posibilidades para desarrollar nuevas formas de inversiones y facilitar otras, puesto que:

- a) Permite valorar y cubrir el riesgo de crédito con prioridad frente a las acciones ordinarias, lo que puede atraer nuevos inversores con mayor grado de aversión al riesgo.
- b) Evita el riesgo de liquidez al deshacer una posición en el mercado, lo que las sitúa cerca de inversiones del estilo de la renta fija, pero con la ventaja de la remuneración de la variable, y a su vez, por encima de productos como los fondos garantizados. Es evidente, que pueden ser títulos atractivos para inversores a medio plazo con alto grado de aversión al riesgo, pero que de esta manera, podrían encontrar una alta remuneración asumiendo menores riesgos.
- c) Para las grandes empresas pueden ser una fuente alternativa a la que acudir, e incluso adicional y renovable, que les permita realizar proyectos sin necesidad de modificar su grado de endeudamiento, digamos que acercaría una entidad de capital fijo, a las llamadas sociedades de capital variable.
- d) Para las medianas empresas puede constituir una forma de captar nuevos accionistas reacios de su inversión, y que de esta forma tendrían mayores garantías, pero para ello previamente, sería preciso que dichas empresas cotizaran, lo cual conduce a la necesidad de fomentar en nuestro país los llamados segundos mercados, donde se negocien títulos más volátiles, menos líquidos, con menores recursos, en suma la segunda división del entramado empresarial, que permitiera que entidades medianas que alcanzaran un valor importante, pasaran a negociarse en la Bolsa.
- e) Finalmente, podrían constituir una parte importante de las carteras de las entidades gestoras de recursos, que de este modo podrían gestionar más activamente riesgos de mercado y crédito, evitando la liquidez, y brindando a los inversores posibilidades más cercanas a sus necesidades y deseos. Al mismo tiempo, permitiría a las instituciones financieras, cuyo activo se componga de grandes carteras, transmitir parte del riesgo asumido al mercado.

Pero a pesar de todo esto, será el propio mercado el que dictamine si las acciones rescatables serán aceptadas o no, en cualquier caso, creemos que tanto empresas como inversores, deben conocer las oportunidades en el intercambio de recursos y riesgos que la legislación ofrece, y que las modernas finanzas permiten gestionar y valorar.

**BIBLIOGRAFÍA****1. TEXTOS LEGALES***A) Mercantiles.*

LEY 2/1995, de 23 de marzo, de Sociedades de Responsabilidad Limitada.

LEY 37/1998 de noviembre, de reforma de la Ley 24/1988, de 28 de julio, del Mercado de Valores.

II DIRECTIVA DEL CONSEJO de 13 de diciembre de 1976.

REAL DECRETO LEGISLATIVO 1564/1989, de 22 de diciembre, del Texto Refundido de la Ley de Sociedades Anónimas.

*B) Contables.*

BANCO DE ESPAÑA. Circular 4/1991, de 14 de junio, sobre normas de contabilidad y modelos de estados financieros.

COMISIÓN NACIONAL DEL MERCADO DE VALORES. Circular 5/1990, de 28 de noviembre, sobre normas contables, modelos reservados y públicos de los estados financieros y cuentas anuales de carácter público de las sociedades y agencias de valores.

COMISIÓN NACIONAL DEL MERCADO DE VALORES. Circular 7/1990, de 27 de diciembre, sobre normas contables y estados financieros reservados de Instituciones de Inversión Colectiva.

FASB. FAS-107 (1995). *Disclosure about fair value of financial instruments*. Original pronouncements. Norwalk.

FASB. FAS-119 (1994). *Financial accounting series: disclosure about financial instruments and fair value of financial instruments*. Original pronouncements. Norwalk. FASB.

FASB. FAS-123 (1995). *Accounting for stock-based compensation*. Norwalk.

FASB. FAS-129 (1997). *Disclosure of information about capital structure*. Norwalk.

FASB. FAS-105 (1995). *Disclosure of information about financial instruments with off-balance-sheet risk and financial instruments with concentrations of credit risk*. Original pronouncements. Norwalk.

FASB. FAS-133 (1998). *Accounting for derivative instruments and hedging activities*. Norwalk.

- FASB. FAS-52 (1995). *Foreign Currency Translation*. Original pronouncements. Norwalk.
- ICAC (1995). *Borrador de normas sobre el tratamiento contable de las operaciones de futuros*. BOICAC núm. 21.
- IASC. International Accounting Standard-32 (1996). *Financial instrument: disclosures and presentations*.
- IASC. International Accounting Standard-39 (1998). *Financial instruments: recognition and measurement*.
- RD 1643/1990, de 20 de diciembre, del Plan General de Contabilidad.

## 2. BIBLIOGRAFÍA

- AVELLANEDA, M.; BUFF, R.; FRIEDMAN, C.; GRANDCHAMP, N.; KRUK, L. y NEWMAN, J. (1999). *Weighted Monte Carlo: a new technique for calibrating asset-pricing models*. Courant Institute of Mathematical Sciences. New York University.
- AVELLANEDA, M.; PARÁS, A. y LEVY, A. (1995). *Non-linear PDEs and diversification of volatility risk in derivatives markets*. Institute for Advanced Study. New York University.
- BANGIA, A.; DIEBOLD, F. X.; SCHUERMANN, T. y STROUGHAIR, J. D. (1998). *Modeling liquidity risk, with implications for traditional market risk measurement and management*. Financial Institutions Center. The Wharton School. University of Pennsylvania.
- DETEMPLE, J. y OSAKWE, C. (1999). *The valuation of volatility options*. CIRANO. Scientific series. Montreal.
- DIAMOND, D. W. y RAJAN, R. G. (1998). *Liquidity risk, liquidity creation and financial fragility: a theory of banking*. University of Chicago.
- FERNÁNDEZ DEL POZO, L. (1990). «Las acciones rescatables o redimibles». *Revista Jurídica Española La Ley*, diciembre. Madrid.
- FIORENTINI, G.; LEÓN, A. y RUBIO, G. (1998). *The behavior of the stochastic volatility option pricing model*. MEFF.
- GALLEGO DÍEZ, E.; GONZÁLEZ SÁNCHEZ, M. y RÚA ALONSO DE CORRALES, E. (1999). *Contabilidad de Sociedades*. Pirámide. Madrid.
- GARCÍA-CRUCES GONZÁLEZ, A. (1999): «Las acciones rescatables». *Revista Jurídica Española La Ley*, núm. 4.802. Madrid.
- GÖING, A. (1996). *Estimation in financial models*. Risklab. ETH. Zurich.
- JACQUIER, E.; POLSON, N. G. y ROSSI, P. E. (1999). *Stochastic volatility: univariate and multivariate extensions*. CIRANO y University of Chicago.
- JIANG, G. J. y SLUIS, P. J. (1999). *Pricing stock options under volatility and interest rates with efficient method of moments estimation*. Econometric Institute. Rotterdam.

- KIJIMA, M. y KOMORIBAYASHI, K. (1998). «A Markov chain model for valuing credit risk derivatives». *The Journal of Derivatives*.
- KMV CORPORATION. *Credit Monitor*. <http://www.KMVCorporation.com>
- LARRIBA DÍAZ-ZORITA, A. (1999): «Modificaciones en la Ley de Sociedades Anónimas. Introducidas por la Ley de Reforma del Mercado de Valores». *Partida Doble*, núm. 97. Madrid.
- LEVY, E. y MAUTION, F. (1997). «Approximate valuation of discrete lookback and barrier options». Net Exposure. *The Electronic Journal of Financial Risk*. <http://www.netexposure.co.uk/>
- MADAN, D. B. y UNAL, H. (1996). *Pricing the risks of default*. Financial Institutions Center. The Wharton School. University of Pennsylvania.
- MURANAGA, J. y OHSAWA, M. (1997). *Measurement of liquidity risk in the context of market risk calculation*. Institute for Monetary and Economic Studies. Bank of Japan.
- NIELSEN, S. S. y RONN, E. I. (1996). *The valuation of default risk in corporate bonds and interest rate swaps*. Financial Institutions Center. The Wharton School. University of Pennsylvania.
- PRITSKER, M. (1997). *Liquidity risk and positive feedback*. Federal Reserve Board. Washington.
- RITCHKEN, P. y TREVOR, R. (1999). «Pricing options under Generalized GARCH and stochastic volatility processes». *The Journal of Finance*, vol. LIV, núm. 1.
- SÁNCHEZ ANDRÉS, A. (1999). *Sociedad anónima modelo 1998. Reforma (parcial) y crítica (total) de un texto legislativo reciente*. Editorial Mc Graw Hill. Madrid.
- SOKAL, A. (1999). *Monte Carlo methods in statistical mechanics: foundations and new algorithms*. New York University.
- VINCENT CHULÍA, F. y SALINAS ADELANTADO, C. (1999). «Cambios en la Ley de Sociedades Anónimas introducidos por las Leyes 37/1998 de Noviembre, de reforma de la Ley 24/1988, de 28 de Julio, del Mercado de Valores y 50/1998 de 30 de diciembre, de Medidas Fiscales, administrativas y del Orden Social». *Revista Jurídica La Ley*, núm. 4.779. Madrid.
- WILLIAMS, J.R. (1999). *Guía Miller de PCGA. Nueva Exposición y análisis de los actuales PGCA promulgados*. Londres. Jovanovich.
- WILMOTT, P. (1998). *Derivatives. The theory and practice of financial engineering*. Chichester (West Sussex). John Wiley and sons.
- YU, H.; KWOK, Y. y WU, L. (1997). *Valuation of american lookback options*. Hong Kong. University of Sciences and Tecnology.
- ZHU, Y. y AVELLANEDA, M. (1996). *A risk-neutral stochastic volatility model*. New York. Courant Institute. New York University.

## ANEXOS

## ANEXO-1

Si  $S$  es el precio del subyacente,  $C$  el de una opción call sobre el mismo y  $b$  es el bono libre de riesgo, entonces:

$$\text{call} = k \cdot S + b$$

Donde  $k$  sería la inversión a realizar en el subyacente. Para determinar su valor consideramos cómo se comportaría el valor de ambas estrategias ante una variación del precio del subyacente:

$$\frac{\text{call}}{S} = k$$

Siendo  $k$  la denominada delta de la opción.

Si ahora añadimos que el precio del subyacente es una variable estocástica, siendo la modelización de su comportamiento la siguiente:

$$dS = \mu \cdot S \cdot dt + \sigma \cdot S \cdot dW$$

Esta modelización expone que el precio revierte sobre su media ( $m$ ) siguiendo un proceso de Wiener ( $W$ ) tal que:

$$dW \equiv N(0, dt) \Rightarrow \begin{cases} E(dW) = 0 \\ E(dW^2) = dt \end{cases}$$

Construyendo en este instante una cartera cubierta de forma que:

$$P_0 = k \cdot S_0 - C_0 = b_0$$

De manera que una variación en el precio de la cartera sería:

$$P_1 = k \cdot S_1 - C_1 = b_1$$

Así pues la variación del precio de dicha cartera cubierta sería:

$$dP = k \cdot dS - dC = db = r \cdot P \cdot dt$$

Es decir, al tratarse de una cartera cubierta, el rendimiento que se obtendrá sería el de la tasa libre de riesgo ( $r$ ) del bono replicado, puesto que no existirían oportunidades de arbitraje.

Como  $dC$  no se conoce lo expresamos en función de  $dS$  a través de una expansión de segundo grado de TAYLOR:

$$dC = \frac{C}{C} \cdot dS + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \cdot dS^2$$

En este caso habrá que estimar:

$$dS^2 = (\mu \cdot S \cdot dt + \sigma \cdot S \cdot dW)^2$$

Mediante la aplicación del Lema de Itô se obtiene que:

$$dS^2 = \sigma^2 \cdot S^2 \cdot dt + \underbrace{\left( \mu^2 \cdot S^2 \cdot dt^2 + \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot S^2 \cdot \sigma \cdot dt \cdot dW \right)}_{\text{infinitesimal}} \Rightarrow dS^2 \approx \sigma^2 \cdot S^2 \cdot dt$$

Entonces:

$$dC = \frac{\partial C}{\partial S} \cdot (\mu \cdot S \cdot dt + \sigma \cdot S \cdot dW) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \cdot (\sigma^2 \cdot S^2 \cdot dt)$$

$$dC = \sigma \cdot S \cdot \frac{\partial C}{\partial S} \cdot dW + \left( \mu \cdot S \cdot \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot S^2 \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \right) \cdot dt$$

Y añadiendo el factor tiempo quedaría:

$$dC(S, t) = \sigma \cdot S \cdot \frac{\partial C}{\partial S} \cdot dW + \left( \mu \cdot S \cdot \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot S^2 \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} + \frac{\partial C}{\partial t} \right) \cdot dt$$

Con lo que el valor de la cartera sería:

$$dP = \left[ \mu \cdot S \cdot \frac{\partial C}{\partial S} \cdot dt + \sigma \cdot S \cdot \frac{\partial C}{\partial S} \cdot dW \right] - \left[ \sigma \cdot S \cdot \frac{\partial C}{\partial S} \cdot dW + \left( \mu \cdot S \cdot \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot S^2 \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} + \frac{\partial C}{\partial t} \right) \cdot dt \right] = r \cdot P \cdot dt$$

Siendo la ecuación diferencial estocástica a resolver:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot S^2 \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} - r \cdot P = \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot S^2 \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} - r \cdot \left( -S \cdot \frac{\partial C}{\partial S} + C \right) = 0$$

A través de ese cálculo estocástico (Lema de Itô), la ecuación diferencial estocástica a resolver será:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + r \cdot S \cdot \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot S^2 \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} - r \cdot C = 0$$

## ANEXO-2

Si los tipos *spot* cupón cero según el modelo HJM son:

$$\frac{dP_{t,T}}{P_{t,T}} = r_t \cdot dt + \sum_{i=1}^m v_i(t, T) \cdot dz_{i,t}$$

Sabiendo que la relación entre la volatilidad de los tipos *forward* y los precios *spot* es:

$$v_i(t, T) = - \int_t^T \sigma_i(t, u) \cdot du$$

A partir de aquí el precio *spot* del bono en términos continuos sería:

$$P(T, s) = P(t, s) \cdot e^{\int_t^T r(u) \cdot du} \cdot Y(t, T, s)$$

Donde  $T$  es el vencimiento del derivado,  $t$  su inicio y  $s$  el vencimiento del bono subyacente, tal que:

$$t < T < s$$

Así el valor de una call sobre este bono sería:

$$C = f(t, T, E, CF_k, S_k)$$

Donde  $E$  es el precio de ejercicio,  $S_k$  cada una de las fechas de vencimiento y  $CF_k$  el flujo de caja asociado a cada fecha.

Con lo que:

$$P(t, T) \cdot Y(t, T, T) \cdot \max \left( 0; \left( \sum_{k=1}^m CF_k \cdot P(T, S_k) \right) - E \right)$$

Por su parte la matriz de covarianzas del conjunto de bonos cupón cero o flujos de caja subyacentes será  $S$ , donde un elemento cualquiera sería:

$$\sum_{ij} = \text{cov} \left[ \ln(P(T, S_k)); \ln(P(T, S_j)) \right] = \sum_{k=1}^n \int_t^T v_k(u, S_i) \cdot v_k(u, S_j) \cdot du$$

### ANEXO-3

Aplicando el Lema de Itô, el precio del derivado OTC vendría dado por:

$$df = \frac{\partial f}{\partial S} \cdot dS + \frac{\partial f}{\partial \sigma} \cdot d\sigma + \left[ \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot V^2 \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \sigma^2} + \frac{1}{2} \cdot S^2 \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} + \rho \cdot V \cdot S \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial S \partial \sigma} \right] \cdot dt$$

Si  $r$  es la tasa libre de riesgo para un intervalo infinitesimal ( $dt$ ), la cartera ( $P$ ) sufriría un cambio de valor dado por:

$$\begin{aligned} dP &= df - \Delta \cdot dS - \mu \cdot dc = \\ &= \frac{\partial f}{\partial S} \cdot dS + \frac{\partial f}{\partial \sigma} \cdot d\sigma + \left[ \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot V^2 \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \sigma^2} + \frac{1}{2} \cdot S^2 \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} + \rho \cdot V \cdot S \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial S \partial \sigma} \right] \cdot dt - \\ &- \Delta \cdot dS - \mu \cdot \left[ \frac{\partial c}{\partial S} \cdot dS + \frac{\partial c}{\partial \sigma} \cdot d\sigma + \left( \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot V^2 \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial \sigma^2} + \frac{1}{2} \cdot S^2 \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial S^2} + \rho \cdot V \cdot S \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial S \partial \sigma} \right) \cdot dt \right] \end{aligned}$$

Agrupando y simplificando quedaría:

$$\begin{aligned} dP &= \left( \frac{\partial f}{\partial S} - \Delta - \mu \cdot \frac{\partial c}{\partial S} \right) \cdot dS + \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} - \mu \cdot \frac{\partial c}{\partial \sigma} \right) \cdot d\sigma + (L \cdot f - \mu \cdot L \cdot c) \cdot dt \\ L &= \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot V^2 \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial \sigma^2} + \frac{1}{2} \cdot S^2 \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial S^2} + \rho \cdot V \cdot S \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial S \partial \sigma} \end{aligned}$$

De esta manera si la cartera está cubierta:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial f}{\partial S} = \Delta + \mu \cdot \frac{\partial c}{\partial S} \\ \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \mu \cdot \frac{\partial c}{\partial \sigma} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \Delta = \frac{\partial f}{\partial S} - \frac{\frac{\partial c}{\partial S}}{\frac{\partial c}{\partial \sigma}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \sigma} \\ \mu = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma}}{\frac{\partial c}{\partial \sigma}} \end{array} \right.$$

Y por tanto:

$$\begin{aligned} dP &= (L \cdot f - \mu \cdot L \cdot c) \cdot dt = r \cdot P \cdot dt = r \cdot (f - \Delta S - \mu \cdot c) \cdot dt = \\ &= r \cdot \left( f - \frac{\partial f}{\partial S} \cdot S + \mu \cdot \frac{\partial c}{\partial S} \cdot S - \mu \cdot c \right) \cdot dt \end{aligned}$$

Dado que la ecuación diferencial parcial de BLACK y SCHOLES para  $c$  es:

$$\frac{\partial c}{\partial S} \cdot r \cdot S + \frac{1}{2} \cdot V^2 \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial \sigma^2} + \rho \cdot V \cdot S \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial S \partial \sigma} - r \cdot c = 0$$

Si la reemplazamos dentro de  $dP$  quedará:

$$\begin{aligned} L \cdot f - \rho \cdot V \cdot S \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\frac{\partial^2 c}{\partial S \partial \sigma}}{\frac{\partial c}{\partial \sigma}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \sigma} - \frac{1}{2} \cdot V^2 \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\frac{\partial^2 c}{\partial \sigma^2}}{\frac{\partial c}{\partial \sigma}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \\ = r \cdot f - r \cdot S \cdot \frac{\partial f}{\partial S} \end{aligned}$$

Con lo que el modelo libre de riesgo correspondiente será el proceso estocástico sobre el que, tras aplicar Itô, genere la anterior ecuación diferencial parcial, esto es:

$$\begin{aligned} dS_t &= r \cdot S_t \cdot dt + \sigma_t \cdot S_t \cdot dW_{S,t} \\ d\sigma_t &= -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot \sigma_t^2 \cdot dt + V \cdot \sigma_t \cdot dW_{\sigma,t} \end{aligned}$$

#### ANEXO-4a

Sea:

$$\bar{S} = S(t) \cdot f(t) \cdot dt$$

Donde  $f$  es la función de densidad de la probabilidad. Si ahora se define  $S'$  con una función  $h$ , resulta:

$$S' = S(t) \cdot h(t) \cdot dt$$

Entonces:

$$\bar{S} = S' + S(t) \cdot [f(t) - h(t)] \cdot dt = S' + (S^* - \bar{S}')$$

Siendo la varianza:

$$\text{Var.} = \sigma^2(S^*) + \sigma^2(\bar{S}') - 2 \cdot \text{cov.}(S^*, \bar{S}')$$

Y esta varianza será menor que la de  $S^*$  y, por tanto, conllevará un menor error, en una cuantía proporcional a la diferencia:

$$\text{cov.}(S^*, \bar{S}') > \frac{\sigma^2(S')}{2}$$

O bien:

$$\text{cov.}(S^*, S') > \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\sigma^2(S')}{\sigma^2(S)} \right)^{\frac{1}{2}}$$

#### ANEXO-4b

Una forma de emplear la técnica de la variable de antítesis es usar  $e$  como número aleatorio generado y, al mismo tiempo, su opuesto, es decir,  $(-e)$ . De esta forma, las observaciones que se emplearán serán:

$$g_t = \frac{1}{2} \cdot [g_t(e) + g_t(-e)]$$

Con lo que la varianza será:

$$\text{Var.} = \frac{1}{4} \cdot \left\{ \sigma^2(e) + \sigma^2(-e) + \frac{1}{2} \cdot \text{cov.}[e; (-e)] \right\}$$