

SERGIO GÁMEZ
MARIANO GONZÁLEZ
BLANCA MELÉNDEZ
CARMEN ZUMALACÁRREGUI

Universidad San Pablo-CEU de Madrid

Extracto:

ESTE trabajo analiza la problemática de los Derechos Preferentes de Suscripción (DPS) en el mercado español de renta variable. Para ello se comienza acotando el objeto de estudio y las distintas posibilidades dentro de la legislación española. En segundo lugar se estudian los inconvenientes de emplear los métodos tradicionales de valoración del DPS, para a continuación analizar el perfil de riesgo de los DPS en función de los plazos y formas en que se llevan a cabo las ampliaciones de capital en España, y así determinar si es aplicable la Teoría de Opciones, y qué tipo de opción constituye un DPS. Una vez fijadas las características del DPS, se describen los métodos de valoración a emplear, con la intención de aplicarlos sobre la ampliación realizada por TELEFÓNICA, S.A. en abril de 1998, y así comprobar si existieron oportunidades de arbitraje. Este trabajo, por tanto, sin dejar a un lado el conocimiento teórico pretende solventar una situación real de mercado, pero descrita según los condicionantes jurídicos y las características financieras propias, y no fijando hipótesis que nada tienen que ver con el mundo real.

Sumario:

1. Conceptualización del Derecho Preferente de Suscripción.
2. Derecho Preferente de Suscripción y forma societaria.
3. El Derecho de Suscripción en las sociedades anónimas.
 - 3.1. Titular de los Derechos de Suscripción, forma y plazos de ejercicio.
 - 3.2. Obligaciones convertibles.
 - 3.3. Tipos de ampliación de capital.
4. Valoración de los Derechos Preferentes de Suscripción.
 - 4.1. Los Derechos Preferentes de Suscripción en el Plan General de Contabilidad (PGC).
 - 4.2. Métodos de valoración tradicionales.
5. El Derecho Preferente de Suscripción dentro de la teoría de opciones.
6. Métodos valoración.
 - 6.1. Valoración en tiempo continuo.
 - 6.2. Valoración en tiempo discreto.
7. Planteamiento del problema.

Bibliografía.

1. CONCEPTUALIZACIÓN DEL DERECHO PREFERENTE DE SUSCRIPCIÓN

El derecho preferente de suscripción se define, genéricamente, como aquel que posee el accionista de una sociedad para suscribir de forma preferente nuevos títulos emitidos por ésta. En última instancia, este derecho busca mantener la proporcionalidad entre los recursos de una sociedad y la participación en éstos de un accionista. Según esto, este derecho se configura como un *derecho mixto* al contener un componente político y otro económico:

- Desde el punto de vista político, el accionista tendrá un poder de voto en la sociedad proporcional a su participación. Con el fin de que el accionista pueda mantener dicho poder ante la emisión de nuevas acciones, se le otorga la posibilidad de suscribir estos nuevos títulos de forma preferente.
- Desde el punto de vista económico, el valor real de una acción se calcula tanto sobre la base de la proporción de capital que representa como de las reservas de la sociedad ya que, si la sociedad se disolviera, el socio obtendría la parte proporcional del patrimonio resultante, una vez pagadas todas las deudas. Ante la emisión de nuevas acciones, los nuevos accionistas automáticamente participan de las reservas que haya acumulado la sociedad, disminuyendo de este modo el valor real de cada acción. Se puede observar este efecto a través de un pequeño ejemplo:

1

Ejemplo:

La sociedad X tiene una cifra de capital social de 50 millones de u.m.(unidades monetarias), constituido por 100.000 acciones con un valor nominal de 500 u.m. Asimismo, la sociedad tiene unas reservas acumuladas por valor de 200 millones de u.m.

En este momento, el valor de la acción en el caso que se liquidara la sociedad, suponiendo que no posee deudas y que los activos se venden por su valor contable (sin pérdidas ni beneficios), vendría dado por el total de recursos propios de la sociedad (capital social + reservas) dividido por el número de acciones:

$$(50.000.000 + 200.000.000)/100.000 = \mathbf{2.500 \text{ u.m.}}$$

frente a las 500 u.m. de desembolso inicial.

.../...

.../...

Si la sociedad decide llevar a cabo una ampliación de capital emitiendo otras 100.000 acciones con un nominal de 500 u.m., el capital social ascenderá a 100 millones de u.m., manteniéndose las reservas en el mismo importe. Una vez llevada a cabo dicha ampliación el valor de cada acción, bajo los mismos supuestos de liquidación, sería:

$$(100.000.000 + 200.000.000)/200.000 = \mathbf{1.500 \text{ u.m.}}$$

Claramente se observa cómo los nuevos accionistas, por el mero hecho de suscribir las acciones, han aumentado el valor de sus acciones en 1.000 u.m., mientras que los antiguos accionistas han visto disminuido el valor de sus acciones en ese mismo importe.

Con este simple ejemplo se ha puesto de manifiesto el *efecto dilución* que, para los antiguos accionistas, tiene lugar cuando una sociedad, con reservas acumuladas, decide llevar a cabo una ampliación de capital ¹.

Será precisamente esa pérdida de valor la que deba ser compensada con la existencia de un derecho preferente de suscripción que permita a los antiguos accionistas suscribir las acciones necesarias para mantener el valor inicial de la acción o, en caso de venderlo, recuperar monetariamente, los beneficios no distribuidos correspondientes a ejercicios anteriores, esto es, las reservas propiedad exclusiva del antiguo accionista.

2. DERECHO PREFERENTE DE SUSCRIPCIÓN Y FORMA SOCIETARIA

Antes de estudiar la valoración del derecho preferente de suscripción, es necesario determinar con claridad en qué tipos de sociedad cabe hablar de la existencia de este derecho y, en caso de que se confirme su existencia, de la posibilidad de valorarlo. A estos efectos, será necesario (1) que exista dicho derecho y (2) que sea posible su transmisión de forma libre, ya que, en caso contrario, su valoración tiene menor importancia.

El ordenamiento jurídico español diferencia entre dos tipos básicos de sociedad, la mercantil y la civil ².

¹ Es necesario destacar que este problema de dilución existe únicamente si la sociedad emite las nuevas acciones con un valor de emisión inferior al valor que en esos momentos tienen las acciones antiguas. Obsérvese que la sociedad podría emitir las acciones con una prima tal que compensase el efecto dilución (en el ejemplo esa prima debería ser de 2.000 u.m.).

² De modo simplista, la diferencia fundamental entre ambas es doble, por un lado la sociedad mercantil es aquella cuya actividad principal tiene como objetivo el logro de un beneficio, mientras que para la civil la característica definitoria no es la obtención de plusvalías. Y por otro, para alcanzar este fin, la sociedad mercantil recibirá una aportación de sus socios en forma de capital, mientras que en la civil no existe la figura del socio capitalista.

En este sentido, hay que establecer la inexistencia del derecho preferente de suscripción en las sociedades civiles ya que carecen de capital. Así pues, en principio, sólo cabría estudiar el derecho preferente de suscripción en las sociedades mercantiles.

Respecto a la sociedad que ostentan la categoría de mercantiles, se puede establecer lo siguiente:

- En las Sociedades Personalistas, dentro de las que cabe distinguir las *colectivas* y las *comanditarias*³, aunque las modificaciones del fondo social son lícitas y libres, las ampliaciones de capital no existirán como tales, ya que los socios responderán con todo su patrimonio, asumiendo las pérdidas que tenga la sociedad. Por otro lado, la transmisibilidad de la participación en la sociedad queda limitada⁴, por lo que es prácticamente imposible que los socios puedan transmitir libremente su participación en la sociedad, ni los derechos de suscripción sobre la misma.
- Las Sociedades Capitalistas (sociedad anónima, comanditaria por acciones y de responsabilidad limitada) presentan como rasgo común la existencia de un capital constituido por aportaciones de los socios que representa la base de dicha actividad y limita la responsabilidad de los socios. Este capital justifica la existencia de un derecho preferente de suscripción que asegure el mantenimiento de la proporcionalidad en la participación del mismo para los distintos socios.

Ya que únicamente tiene justificación el derecho preferente en las sociedades capitalistas, analizamos más detalladamente este tipo de sociedades:

- En las sociedades de responsabilidad limitada una característica importante, y que refleja su carácter cerrado, es la existencia de restricciones a la libre transmisibilidad de las participaciones sociales (art. 30 LSRL, Ley de Sociedades de Responsabilidad Limitada). Estas mismas restricciones se aplican en la transmisión de los derechos de asunción preferentes, pudiéndose asimismo establecer estatutariamente el destino de las participaciones no asumidas por los partícipes⁵.

³ La diferencia estriba en que en las colectivas todos los socios responden solidaria y subsidiariamente de las deudas de la sociedad con todo su patrimonio, mientras que en las comanditarias, parte de los socios responden únicamente con el capital aportado.

⁴ Las razones son varias: en primer lugar, el hecho de que todos los socios, o al menos una parte de ellos, respondan con todo su patrimonio limita en gran medida dicha transmisibilidad; en segundo lugar, la personalidad del socio es básica en estas sociedades, lo que hace imprescindible el acuerdo de todos los demás socios (colectivos o comanditarios) a la hora de transmitir una participación; y en tercer lugar, la existencia de dos tipos de socios en estas sociedades, *capitalistas* si aportan bienes materiales e *industriales* si aportan servicios o actividades.

⁵ La Ley establece que en caso de no estar fijado dicho destino en los estatutos, serán ofrecidos en primer lugar al resto de partícipes, repartiéndose proporcionalmente entre los que deseen asumirlos y estableciendo un plazo adicional de 15 días para ello. Las participaciones no asumidas por los partícipes podrán ser ofrecidas a personas ajenas a la sociedad en los 15 días siguientes a la finalización de dicho plazo, artículo 75.4 LSRL.

- La sociedad comanditaria por acciones tiene entre sus rasgos distintivos, que la asemejan a las sociedades comanditarias simples, la necesidad de nombrar a un grupo de administradores que responderán de las deudas con todo su patrimonio, mientras dure su cargo, frente al resto de socios que lo harán exclusivamente con el capital aportado. En este sentido, cabe hablar de una responsabilidad ilimitada temporal unida a la condición de administrador. Esto tiene una cierta incidencia sobre el tema que nos concierne, pues aunque según la legislación existe derecho preferente de suscripción en este tipo de sociedad, su transmisibilidad no es totalmente libre, ya que los socios administradores tendrán limitada esta capacidad de transmisión.
- La sociedad anónima es la sociedad capitalista por excelencia, pues está constituida a partir de un capital social suscrito por un número ilimitado de socios que responden ante las deudas de la sociedad, exclusivamente hasta el límite del capital aportado, o comprometido a aportar, y dicho capital, así como los derechos preferentes de suscripción, son de libre transmisibilidad.

En definitiva, una vez analizados las distintas formas societarias que reconoce el ordenamiento jurídico español a efectos de determinar nuestro objeto de estudio, puede concluirse lo siguiente:

1. La inexistencia de derecho preferente de suscripción en las Sociedades Civiles excluye a este tipo de sociedades de nuestro estudio.
2. Las restricciones a la transmisibilidad de este derecho en las Sociedades Mercantiles Personalistas, las Sociedades de Responsabilidad Limitada y en las Sociedades Comanditarias por Acciones, las excluye igualmente.
3. La existencia de derecho preferente de suscripción y su libre transmisibilidad en las Sociedades Anónimas hace que el trabajo se centre en este tipo de sociedad.

3. EL DERECHO DE SUSCRIPCIÓN EN LAS SOCIEDADES ANÓNIMAS

Todos los aspectos relacionados con las sociedades anónimas, incluido la existencia de un derecho preferente de suscripción ante nuevas emisiones de acciones, se regulan en la Ley de Sociedades Anónimas (LSA). En concreto, el derecho preferente de suscripción, o simplemente derecho de suscripción, se configura como uno de los seis derechos que como mínimo tendrán los titulares de las acciones ante nuevas emisiones de acciones o de obligaciones convertibles en acciones.

3.1. Titular de los Derechos de Suscripción, forma y plazos de ejercicio.

La LSA establece en su artículo 48 que el titular del derecho de suscripción es el accionista; de igual modo, la misma Ley concede este derecho a los titulares de obligaciones convertibles (art. 158 LSA).

Los titulares de acciones ⁶ tendrán derecho a suscribir un número de acciones nuevas proporcional al valor nominal de las que ya posean. La base de referencia para el cálculo de los derechos es el valor nominal y no el número de acciones que el accionista posee, puesto que pueden existir acciones con distinto nominal.

En este mismo sentido, los titulares de obligaciones convertibles tendrán derecho a suscribir un número de acciones nuevas en función del valor nominal de las acciones que le correspondieran caso de ejecutar, en ese momento, su facultad de conversión.

En cuanto a la forma en la que un accionista o titular de obligaciones convertibles puede aprovechar sus derechos preferentes de suscripción, pueden establecerse las siguientes:

- Ejercer los derechos, suscribiendo las acciones correspondientes y abonando la cantidad pertinente, con lo que mantiene su participación en el patrimonio de la sociedad en la misma proporción.
- Vender los derechos, evitando a través de esta venta el efecto dilución, con lo que disminuye su participación en la sociedad, y recupera en forma líquida parte de las reservas.
- Operación mixta, vendiendo parte de los derechos y suscribiendo las acciones correspondientes al resto.

Respecto a los plazos establecidos para el ejercicio de los derechos:

- El derecho preferente de suscripción surge en el momento del acuerdo de ampliación de capital.
- La Ley establece un plazo mínimo de un mes desde la publicación de la oferta de suscripción de la nueva emisión en el BORME (Boletín Oficial del Registro Mercantil), a lo largo del cual el accionista podrá, en cualquier momento, ejercerlos.
- La nueva Ley del Mercado de Valores (37/1998) ha reducido este plazo mínimo a quince días para las sociedades cotizadas.

⁶ Existen algunas particularidades sobre la titularidad:

- Los derechos que no hayan sido utilizados podrán ser suscritos por cualquier sujeto, accionista o extraño a la compañía, salvo los antiguos accionistas que hayan suscrito las acciones que le correspondieran, según sentencia del 30-10-1997.
- Los derechos de suscripción correspondientes a las acciones propias que posea una sociedad serán atribuidos proporcionalmente al resto de las acciones. Salvo que la ampliación de capital sea liberada (no implica desembolso).

3.2. Obligaciones convertibles.

La emisión de obligaciones constituye una de las fuentes de financiación externa de la empresa; el suscriptor de dichas obligaciones se convierte en acreedor de la misma, teniendo derecho a ser remunerado a un tipo estipulado, llamado cupón, y a recibir el importe prestado al final de la vida de la obligación. La Ley establece límites a la emisión de obligaciones, fijando el importe máximo total de las emisiones en una cuantía igual a la suma del capital social desembolsado más las reservas, a fin de dotar de garantías a los acreedores.

Los obligacionistas tienen, en general dos derechos básicos: (1) derecho a percibir los intereses o cupón y (2) derecho a la devolución del nominal de la obligación. Los titulares de obligaciones convertibles poseen un derecho adicional pues la Ley les reconoce un derecho preferente de suscripción (art. 293 LSA) tanto en la emisión de nuevas acciones por aumento del capital social, como en la emisión de nuevas obligaciones convertibles. Así pues, en este tipo de obligaciones hay que diferenciar tres derechos:

1. Derecho preferente de suscripción de las mismas en su fecha de emisión, que será propiedad de los antiguos accionistas y de los poseedores de obligaciones convertibles emitidas con anterioridad y no amortizadas. Este derecho es el que recogerá el correspondiente efecto dilución como consecuencia de la nueva emisión de obligaciones.
2. Derecho preferente de suscripción en posteriores emisiones de capital u obligaciones convertibles, siempre que no hubiesen sido amortizadas previamente. Este derecho confiere a los obligacionistas el *status* de accionistas futuros.
3. Derecho de conversión, esto es, los titulares de obligaciones convertibles pueden solicitar la conversión en cualquier momento hasta su vencimiento, y llegado éste, podrán optar libremente por el reembolso en metálico o por la conversión.

3.3. Tipos de ampliación de capital.

Existen dos tipos de ampliación:

- A) Emisión de nuevas acciones: la sociedad aumenta su capital social ampliando el número de acciones.
- B) Aumento del valor nominal: la sociedad incrementa el valor nominal de las acciones antiguas; cuando este tipo de ampliación implique un desembolso por parte de los accionistas, es decir, cuando no sea totalmente liberada, deberá ser con el acuerdo unánime de todos ellos.

El contravalor de estas ampliaciones puede ser alguno de los siguientes:

1. Aportaciones dinerarias: implica desembolso monetario por parte de los suscriptores de los títulos.
2. Aportaciones no dinerarias: el desembolso por parte de los suscriptores se realiza en la forma de bienes muebles o inmuebles o derechos asimilados, derechos de crédito y empresas o establecimientos.
3. Compensación de créditos: se trata de un ajuste en el balance por el que determinados acreedores pasan a ser accionistas de la sociedad, compensándose sus créditos con las acciones recibidas.
4. Con cargo a reservas: la contraprestación de la ampliación procede de las reservas de la sociedad. La ampliación de capital puede ser totalmente liberada, cuando el total de la contraprestación procede de las reservas, o parcialmente liberada, cuando parte de la contraprestación debe ser abonada por los suscriptores.
5. Conversión de obligaciones: los títulos emitidos se destinan a convertir las obligaciones de los titulares que hayan solicitado la conversión.
6. Absorción del patrimonio de otra sociedad: absorción total (fusión) o parcial (escisión).

Respecto a la relación entre los tipos de ampliación de capital y la existencia de derechos preferentes de suscripción, cabe señalar lo siguiente:

- Si la ampliación se realiza con cargo a reservas, «ampliación totalmente liberada», el derecho preferente de suscripción se convierte en derecho de asignación, y le serán aplicables las mismas reglas y condiciones que a los derechos de suscripción, con la excepción ya comentada de la autocartera.
- No existe derecho preferente de suscripción cuando la ampliación de capital sea por aumento del valor nominal de las acciones ⁷.
- En las ampliaciones de capital por emisión de nuevas acciones, hay que distinguir entre pérdida o exclusión del derecho preferente de suscripción:
 1. Existe *pérdida* del derecho preferente de suscripción cuando la ampliación de capital tenga como finalidad atender la conversión de obligaciones convertibles, así como en los casos de absorción total o parcial de otra sociedad.

⁷ La Ley sólo reconoce la existencia de dicho derecho en ampliaciones de capital con emisión de nuevas acciones (art. 158 LSA), lo cual resulta lógico, puesto que al no emitirse nuevas acciones no se produce efecto dilución.

2. Existe *exclusión* del derecho preferente de suscripción cuando la contrapartida de la ampliación de capital sea: (A) aportaciones no dinerarias, (B) compensaciones de deudas y (C) otras ampliaciones en que así se decida por interés general de la sociedad. En estos casos, los accionistas deberán renunciar a él en Junta General.

Llegados a este punto, debemos acotar aún más nuestro campo de trabajo, si bien ya se ha centrado en la sociedad anónima, ahora debemos centrarnos en las ampliaciones de capital que supongan emisiones de nuevas acciones y cuyo contravalor sea metálico, reservas, o ambos, puesto que en estos casos son los únicos en los que existe un derecho preferente de suscripción de libre transmisibilidad.

4. VALORACIÓN DE LOS DERECHOS PREFERENTES DE SUSCRIPCIÓN

4.1. Los Derechos Preferentes de Suscripción en el Plan General de Contabilidad (PGC).

Para participar en el capital de una empresa, el inversor debe adquirir primero los derechos preferentes de suscripción y posteriormente, con éstos podrá suscribir las acciones. La suma de ambos precios es lo que paga el inversor para participar en el capital de la empresa, por ello el PGC establece, en la norma de valoración octava sobre valores negociables, con relación a los derechos preferentes de suscripción, que el importe de los derechos preferentes de suscripción se entenderá incluido en el precio de adquisición de las nuevas acciones.

El derecho preferente de suscripción puede ser objeto de compraventa, para los vendedores⁸ de los derechos podría resultar útil separar contablemente el valor de dichos derechos del valor contable de las acciones que aún mantienen en su poder.

El problema fundamental estriba en el cálculo del coste del derecho, ya que el PGC exige que este coste disminuya el precio de adquisición de las acciones en el caso de que los derechos de suscripción sean vendidos. Por tanto, en caso de una ampliación de capital, el título acción se divide en dos, por un lado la acción antigua sin derecho, y por otro, el derecho preferente de suscripción de nuevas acciones.

⁸ Los derechos preferentes de suscripción, cuando son vendidos por su titular, no constituyen en realidad una fuente de rentabilidad, sino una forma de realizar parcialmente la parte que les corresponde en las reservas que la empresa ha ido acumulando por cuenta de los accionistas.

4.2. Métodos de valoración tradicionales.

El PGC establece que la valoración de los derechos preferentes de suscripción se determinará aplicando alguna fórmula valorativa de general aceptación y en armonía con el principio de prudencia.

Existen varios procedimientos tradicionales para el cálculo del valor del derecho preferente de suscripción. Entre todos ellos, nos vamos a centrar en:

- Valor teórico del derecho, con base en el precio de cotización.
- Coste del derecho, según el precio de adquisición.
- Fórmula de Kester.

1. Valor teórico del derecho.

Una ampliación de capital además del efecto dilución sobre la valoración contable de las acciones, produce una variación del valor de mercado de las mismas. Lógicamente el valor del derecho no tiene por qué tener la misma cuantía, pues en este caso, la valoración de las acciones en el mercado depende de otros factores además de la propia situación patrimonial de la empresa. Por esta razón:

$$DPS = C - C'$$

Siendo *DPS* el valor en el mercado del derecho preferente de suscripción o efecto de la ampliación sobre el valor de mercado, *C* el valor de cotización de los títulos antiguos antes de la ampliación, que incluirá el derecho preferente de suscripción y, *C'* el valor de cotización de los títulos después de la ampliación.

El valor de cotización de los títulos después de la ampliación se calcula como una media entre el valor de las acciones antiguas y el precio pagado por las nuevas (valor de emisión), ponderada por el número de acciones nuevas y antiguas:

$$C \textcircled{\text{C}} = \frac{(A * C) + (N * E)}{A + N}$$

Donde *A* será el número de acciones antiguas en circulación, *N* el número de acciones nuevas a suscribir y *E* el valor de emisión de las acciones nuevas o desembolso que corresponde a cada acción nueva.

Por tanto, sustituyendo y simplificando, el valor teórico del derecho será:

$$DPS = C - \frac{(A \cdot C) + (N \cdot E)}{A + N} = \frac{(A \cdot C) + (N \cdot C) - (A \cdot C) - (N \cdot E)}{A + N} = \frac{(N \cdot C) - (N \cdot E)}{A + N} = \frac{N \cdot (C - E)}{A + N}$$

Con esta fórmula se pone de relieve que el valor del derecho (*DPS*) tiene un límite inferior cuyo importe es 0, que tiene lugar cuando la cotización de las acciones antiguas es igual al desembolso que se exige en la suscripción de las acciones nuevas, es decir, cuando $C = E$. De la misma manera, el valor del derecho tiene como límite superior la diferencia máxima entre el valor de cotización de las acciones antiguas y el valor de emisión⁹ de las acciones nuevas.

2. Coste teórico del derecho.

Cuando los títulos no están admitidos a cotización en un mercado secundario organizado, se puede operar, para el cálculo del derecho, con el precio de adquisición.

La única variedad que este sistema presenta respecto al anterior es que toma como valor de la acción antigua su coste de adquisición, así el valor del derecho se calcularía de la siguiente forma:

$$DPS = \frac{N \cdot (P_A - E)}{A + N}$$

Siendo P_A el precio de adquisición de las acciones.

En esta forma de valoración al igual que en la anterior, el derecho tiene un límite inferior en cuanto a su valoración, cuyo importe es 0, y que se da cuando $P_A = E$. Igualmente, el valor del derecho tiene como límite superior la diferencia máxima entre el precio de adquisición de las acciones y el valor de emisión de las acciones nuevas.

3. Fórmula de Kester.

El coste del derecho se determina, en este caso, mediante una sencilla regla, que pone en relación directa el valor del derecho con su cotización y con el coste de la acción, y en relación inversa con la cotización de la acción antes de la ampliación. De este modo, la fórmula de Kester es:

$$DPS = \frac{V_{TD} \cdot P_A}{C}$$

⁹ El valor de emisión es nulo cuando se emiten acciones liberadas.

Siendo DPS el coste del derecho, V_{TD} el valor teórico del derecho o valor de cotización¹⁰, P_A el precio de adquisición de la acción antigua y C el valor de cotización de la acción antes de la ampliación.

4. Inconvenientes de los métodos tradicionales.

Las empresas de acuerdo con la permisibilidad del Plan pueden aplicar cualquier procedimiento de cálculo del valor del derecho, siempre que se respete el principio de prudencia y la imagen fiel del patrimonio. Sin embargo, la aplicación de estos métodos tradicionales conlleva algunos problemas:

- a) **Valor teórico del derecho:** contablemente las acciones antiguas están valoradas a precios históricos, en el momento de la ampliación de capital, la segregación del derecho supone una minoración en la cuenta de activo donde están registradas las acciones, por una cuantía igual al valor del derecho. Si este valor es superior al coste histórico de la acción, supondría que una cuenta de activo apareciese con saldo acreedor (negativo) o nulo, cuando realmente tiene un precio de mercado.
- b) **Precio de adquisición:** resuelve el problema anterior incluyendo el precio de adquisición inicial en el cálculo del valor del derecho preferente de suscripción. Sin embargo, la valoración por este método puede dar lugar a un valor negativo del derecho, si el precio de adquisición de las acciones es inferior al valor de emisión de las nuevas, lo que puede resultar factible si la adquisición inicial ha permanecido en cartera durante un período de tiempo importante.
- c) **Fórmula de Kester:** aunque también resuelve el problema derivado de contabilizar la segregación del derecho, sin embargo, el valor podría resultar inferior a cero, si el valor teórico del derecho es negativo. Esto se produce siempre que el valor de cotización de las acciones antes de la ampliación sea inferior al precio de emisión de las nuevas acciones.

Otro inconveniente, común a todos ellos, es que no consideran el valor temporal del derecho preferente de suscripción, es decir, sólo estiman el valor intrínseco presente.

Los problemas derivados de la aplicación de los métodos tradicionales, y la existencia de un límite superior e inferior en el valor del derecho, sugieren la aplicación de la Teoría de Opciones, considerando el derecho preferente de suscripción como una opción de compra (*call*), puesto que al igual que en un derecho preferente:

$$DPS = \text{Máx. } (0, S - E)$$

Donde S es el valor de cotización de la acción.

¹⁰ Lógicamente en este caso necesitaremos conocer la cotización del derecho, aunque en su defecto podríamos utilizar su valor teórico, determinado según la forma ya conocida.

5. EL DERECHO PREFERENTE DE SUSCRIPCIÓN DENTRO DE LA TEORÍA DE OPCIONES

Para intentar resolver el problema planteado en el apartado anterior, analizaremos a continuación el perfil de riesgo del derecho preferente de suscripción.

Al determinar las características de los derechos preferentes de suscripción es necesario destacar cuatro fechas en el proceso de ampliación de capital:

1. Anuncio de la ampliación de capital t_0 .
2. Comienzo del período de ejercicio del derecho preferente de suscripción t_1 ; inicialmente, dicho período se encontraba fijado en un mes como mínimo; la nueva Ley del Mercado de Valores, como ya se ha indicado, ha reducido este plazo a un mínimo de quince días para las sociedades cotizadas.
3. Fin del período de ejercicio t_2 .
4. Entrega de las acciones t_3 .

Donde:

$$t_0 < t_1 < t_2 < t_3$$

Teniendo en cuenta estas fechas y las características que definen el derecho de suscripción, puede establecerse lo siguiente:

- El derecho de suscripción constituye una *opción de compra (call)*, puesto que se trata de un derecho de adquisición de nuevas acciones a un precio de emisión determinado y en un plazo establecido.
- La opción se establece sobre acciones de nueva emisión de la empresa ¹¹. En este sentido, y al igual que en el caso de la opción de conversión, existirá un efecto dilución que influirá en el valor del subyacente; además, al existir un retraso en la entrega de la acción una vez finalizado el plazo de suscripción, el subyacente no será de contado, sino a **futuro**, existiendo riesgo de tipo de interés y de precio desde el momento en que se ejerce la opción, hasta la entrega de las acciones.

¹¹ Aunque también se establece sobre obligaciones convertibles, este trabajo se centra sólo en la existencia del derecho de suscripción en ampliaciones de capital.

- Si la empresa reparte dividendos durante el período en que el derecho puede ser ejercido, el valor de las acciones se verá afectado y por tanto, el de la opción. Sin embargo, este hecho es poco probable al tratarse de un período de suscripción muy corto.
- El derecho de suscripción puede ser ejercido en cualquier momento a lo largo del período de suscripción de acciones, es decir, entre t_1 y t_2 , por lo que se trata de una **opción americana**.
- Para el caso específico en que la ampliación de capital sea completamente liberada, el accionista recibirá acciones nuevas de la empresa con un desembolso monetario nulo; es decir el precio de emisión de las acciones, que constituye el precio de ejercicio de la opción, es cero ($E = 0$). Cuando se dé esta circunstancia, el derecho de suscripción preferente constituirá una **opción americana binaria o digital**, al recibir el titular el valor total del subyacente, si éste es mayor al precio de emisión, es decir, cero, o nada, si el valor del subyacente es igual a cero.
- Si además se considera el período entre el anuncio de la ampliación y el inicio del período de suscripción, es decir, entre t_0 y t_1 , se observa que, a lo largo de dicho plazo, todo aquel que adquiera acciones, implícitamente también compra el derecho de suscripción. En realidad, está adquiriendo la opción a ejercer dicho derecho a partir del momento en que comienza el período de suscripción, t_1 . Esa opción no tiene precio de ejercicio; su poseedor la ejercerá si el valor del derecho es superior a cero, y no la ejercerá en caso contrario. Por estas razones, adquirir acciones en el período previo al de suscripción consiste en comprar, junto con el título, una **opción call europea**, cuya fecha de ejercicio es el momento t_1 , en que comienza la suscripción de los derechos, sin precio de ejercicio (**binaria**) y cuyo subyacente es otra opción (**DPS**). Otra posibilidad sería considerar que se trata de una compra anticipada de una opción, es decir, un **forward sobre el DPS**, esto último sin duda facilitará la posibilidad de arbitraje, puesto que la valoración es más simple, pero exige a cambio que se trabaje bajo la hipótesis de riesgo neutro.

En resumen, el derecho de suscripción a lo largo del período de suscripción de acciones constituye una **opción call americana sobre un futuro**. Y desde que se anuncia la ampliación hasta que comienza el plazo de ejercicio, al adquirir acciones se compra implícitamente una opción exótica; en concreto una **call compuesta europea binaria sobre una call americana sobre un futuro**, o bien, un **forward sobre una call americana sobre un futuro**. En este último caso, hay que dejar evidencia que tal forward es atípico, pues el precio se paga anticipadamente.

Sobre la base de las características financieras definidas, se puede determinar el perfil de riesgo de la opción que constituye el DPS.

Así, si E es el valor de emisión de las nuevas acciones, D_{t_1} el valor de la opción de suscripción, es decir, del derecho preferente de suscripción, en el momento t_1 y n el número de acciones nuevas que pueden ser suscritas con un derecho, es decir:

$$n = \frac{N}{A}$$

Donde A es el número de acciones antiguas y N el número de acciones nuevas que se emiten.

Y además definimos $E_{t_2}(S_{t_3})$ como el valor esperado en t_2 del precio de la acción en el momento de su entrega t_3 , $E_{t_2}(S_{t_3}^*)$ como valor esperado corregido en t_2 del precio de la acción en el momento de su entrega t_3 , es decir, incluyendo el efecto dilución:

$$E_{t_2}(S_{t_3}^*) = \frac{A \cdot E_{t_2}(S_{t_3}) + N \cdot E}{A + N}$$

Entonces, el perfil de riesgo del DPS según el momento de valoración será:

A) En el momento de vencimiento del derecho t_2 , pueden darse dos circunstancias:

1. Que el precio de emisión de las acciones nuevas sea superior o igual al valor esperado corregido de las acciones nuevas, en cuyo caso los titulares del derecho de suscripción no ejercerán la opción de suscripción:

$$\text{Si } E_{t_2}(S_{t_3}^*) \leq E \Rightarrow \text{DPS}_{t_2} = 0$$

2. Que el precio de emisión de las acciones nuevas sea inferior al valor esperado corregido de éstas, en cuyo caso la opción de suscripción será ejercida:

$$\text{Si } E_{t_2}(S_{t_3}^*) > E \Rightarrow \text{DPS}_{t_2} = n \cdot [E_{t_2}(S_{t_3}^*) - E]$$

De esta forma, puede establecerse que el valor del derecho de suscripción en el momento t_2 , en que finaliza el período de suscripción será:

$$\text{DPS}_{t_2} = \max\{0; n \cdot [E_{t_2}(S_{t_3}^*) - E]\}$$

Y en cualquier otro momento de dicho período, al ser una opción americana, será:

$$\text{DPS}_k = \max(d_k; n \cdot (E_k(S_{t_3}^*) - E))$$

Siendo k cualquier fecha tal que:

$$k \in [t_1, t_2]$$

y d_k el valor actual probable del derecho en k .

En el caso de que la ampliación fuese liberada, el derecho de suscripción se convierte en una opción americana binaria o digital al ser $E = 0$, valorándose del siguiente modo:

$$DPS_{t_2} = \max\left\{0; n \cdot \left[E_{t_2}(S_{t_3}^*)\right]\right\}$$

Siendo en este caso:

$$E_{t_2}(S_{t_3}^*) = \frac{A \cdot E_{t_2}(S_{t_3}) + N \cdot 0}{A + N} = \frac{A \cdot E_{t_2}(S_{t_3})}{A + N}$$

B) En realidad, y como ya se ha mencionado, no es suficiente considerar exclusivamente el período de suscripción, pues una vez anunciada la ampliación, en la fecha t_0 , cualquier sujeto sabe que adquiriendo acciones en el mercado tendrá derecho a suscribir las nuevas.

La inclusión de este período adicional en la valoración de los DPS supone considerar que el valor de las acciones durante ese plazo está incluyendo el valor actualizado del derecho futuro, es decir:

$$S_j = S_j^{\circledast} + d_j$$

$$d_j = fd_j \cdot DPS_{t_1} = fd_j \cdot \left\{ \max\left[0; n \cdot \left(E_j(S_{t_3}^*) - E\right)\right] \right\}$$

Siendo fd_j el factor de descuento desde t_1 hasta j , d_j el valor actualizado del derecho durante el período de suscripción, $E_j(S_{t_3}^*)$ el valor esperado corregido de la acción nueva en el momento j . Por su parte, j es cualquier momento del período antes del de suscripción, tal que:

$$j \in [t_0, t_1)$$

Sin embargo, considerando que la compra de las acciones en ese período incluye exclusivamente el valor actualizado del derecho, esto es, un forward sobre el DPS, no se está teniendo en cuenta el riesgo de precio existente en el plazo que va desde el momento en que se adquiere la acción (j), hasta el de inicio del período de suscripción t_1 , cuando se produce la segregación, o lo que es lo mismo, se valora considerando que el proceso seguido por el precio del activo tiene un *drift* igual a la tasa libre de riesgo. Por el contrario, si se considera que no es así, y a fin de incorporar este factor, es necesario valorar las acciones adquiridas en ese período suponiendo que incorporan la opción *call* binaria compuesta antes descrita, del siguiente modo:

$$S_j = S_j^{\circledast} + d_j$$

En el momento en que comienza el período de suscripción t_1 y se segrega el derecho del título, momento de vencimiento de la opción binaria compuesta, puede ocurrir:

1. Que el derecho de suscripción no valga nada, por lo que el valor de la opción binaria compuesta será cero:

$$\text{Si } \text{DPS}_{t_1} = 0 \Rightarrow d_{t_1} = 0$$

2. Que el valor del derecho de suscripción sea superior a cero, por lo que el valor de la opción binaria será precisamente dicho derecho:

$$\text{Si } \text{DPS}_{t_1} > 0 \Rightarrow d_{t_1} = \text{DPS}_{t_1}$$

De esta manera, el valor de dicha opción binaria compuesta a su vencimiento, en el momento t_1 , será:

$$d_{t_1} = \max(0; \text{DPS}_{t_1}) = \max\left\{0; \max\left[0; n \times (E_{t_1}(S_{t_3}^*) - E)\right]\right\} = \text{DPS}_{t_1}$$

Y en cualquier otro momento del período anterior a la segregación será el valor actual esperado probable del derecho:

$$d_j = \max\left[0; E_j(\text{DPS}_{t_1})\right]$$

Esto ratifica lo expuesto anteriormente, cuando se adquiere la acción después del anuncio de la ampliación y antes del comienzo del ejercicio del DPS, el precio pagado incorpora una prima cuyo valor se estimará en función de las hipótesis de partida. Si éstas son las del modelo de Black y Scholes, entonces la rentabilidad que puede obtenerse es la tasa libre de riesgo, y la prima se corresponderá con el valor pagado anticipadamente de un forward sobre un DPS; en cambio si se considera el rendimiento será diferente a dicha tasa, entonces la prima será el valor de una call compuesta europea binaria sobre el DPS.

Una vez determinado el perfil de riesgo del DPS y de la opción compuesta, estudiaremos cuáles son los posibles métodos de valoración.

6. MÉTODOS VALORACIÓN

Si consideramos que el comportamiento del precio de la acción subyacente del DPS es riesgo-neutro:

$$dS = r \cdot S \cdot dt + \sigma \cdot S \cdot dW$$

Donde dW es un proceso de Wiener.

Para valorar el DPS bajo las hipótesis de Black y Scholes debemos construir una cartera cubierta (P) compuesta por el DPS comprado y una posición corta en la acción igual a la delta del DPS por el número necesario de acciones antiguas para adquirir una nueva ($1/n$):

$$P = \frac{1}{n} \cdot \text{DPS} - \Delta \cdot S^* = \frac{A}{N} \cdot \text{DPS} - \Delta \cdot \left(\frac{A}{A+N} \cdot S + \frac{N}{A+N} \cdot E \right)$$

$$P^* = P + \Delta \cdot \frac{N}{A+N} \cdot E = \frac{A}{N} \cdot \text{DPS} - \Delta \cdot \frac{A}{A+N} \cdot S$$

De esta forma la variación del valor de la cartera vendrá dado como:

$$dP^* = dP + \Delta \cdot \frac{N}{A+N} \cdot E = \frac{A}{N} \cdot d\text{DPS} - \Delta \cdot \frac{A}{A+N} \cdot dS$$

- Siendo la variación del valor del DPS:

$$d\text{DPS} = \left[\left(\frac{\partial \text{DPS}}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot S^2 \cdot \frac{\partial^2 \text{DPS}}{\partial S^2} \right) \cdot dt + \frac{\partial \text{DPS}}{\partial S} \cdot dS \right]$$

Luego para la cartera total resultará:

$$dP^* = \left[\frac{A}{N} \cdot \left(\frac{\partial \text{DPS}}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot S^2 \cdot \frac{\partial^2 \text{DPS}}{\partial S^2} \right) \cdot dt \right] + \left[\frac{A}{N} \cdot \frac{\partial \text{DPS}}{\partial S} - \Delta \cdot \frac{A}{A+N} \right] \cdot dS = r \cdot P^* \cdot dt$$

Siendo r la tasa libre de riesgo, es decir al ser una cartera cubierta, o sin riesgo, éste será su rendimiento. Con lo cual delta será:

$$\Delta = \frac{\partial \text{DPS}}{\partial S} \cdot \frac{A+N}{A}$$

Así pues:

$$dP^* = \frac{A}{N} \cdot \left(\frac{\partial \text{DPS}}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot S^2 \cdot \frac{\partial^2 \text{DPS}}{\partial S^2} \right) = r \cdot \left(\frac{A}{N} \cdot \text{DPS} - \Delta \cdot \frac{A}{A+N} \cdot S \right)$$

Con lo que la ecuación diferencial quedará como:

$$dP = \frac{A}{N} \cdot \frac{\partial \text{DPS}}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot S^2 \cdot \frac{A}{N} \cdot \frac{\partial^2 \text{DPS}}{\partial S^2} + r \cdot \left(\frac{A}{N} \cdot S + E \right) \cdot \frac{\partial \text{DPS}}{\partial S} - r \cdot \frac{A}{N} \cdot \text{DPS} = 0$$

O bien, si se considera que el rendimiento esperado es distinto de la tasa libre de riesgo:

$$dP = \frac{A}{N} \cdot \frac{\partial \text{DPS}}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot S^2 \cdot \frac{A}{N} \cdot \frac{\partial^2 \text{DPS}}{\partial S^2} + \mu \cdot \left(\frac{A}{N} \cdot S + E \right) \cdot \frac{\partial \text{DPS}}{\partial S} - r \cdot \frac{A}{N} \cdot \text{DPS} = 0$$

Así pues, si el *drift* es la tasa libre de riesgo, el proceso se identificaría como una martingala y vendría medido por una probabilidad riesgo neutro, mientras si no es esta tasa, la probabilidad sería la real.

En última instancia, si la ampliación fuese totalmente liberada ($E = 0$), quedaría:

$$dP = \frac{A}{N} \cdot \frac{\partial \text{DPS}}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot S^2 \cdot \frac{A}{N} \cdot \frac{\partial^2 \text{DPS}}{\partial S^2} + r \cdot \left(\frac{A}{N} \cdot S \right) \cdot \frac{\partial \text{DPS}}{\partial S} - r \cdot \frac{A}{N} \cdot \text{DPS} = 0$$

En resumen, la valoración de opciones puede llevarse a cabo de dos formas:

- Resolviendo la ecuación diferencial parcial resultante para una cartera cubierta y suponiendo que no existen posibilidades de arbitraje. Esto a su vez se podrá hacer en tiempo discreto, a través de una binomial o una trinomial, o en tiempo continuo, bien mediante las fórmulas cerradas, o bien a través de métodos numéricos.
- Considerando que el precio del subyacente es una martingala, para lo cual se transformará en un activo libre de riesgo, es decir, que su rentabilidad esperada es dicha tasa; o estimando la probabilidad equivalente en un ambiente de riesgo neutro.

6.1. Valoración en tiempo continuo.

6.1.1. Soluciones cerradas a la ecuación diferencial.

- Dentro de las diferentes soluciones de este tipo que existen, a efectos de nuestro problema, inicialmente cabría pensar en Black-76, ya que tiene como subyacente un forward, aunque el inconveniente es que sólo es aplicable a opciones europeas, y el DPS es de estilo americano. Por ello, deben aplicarse otras formulaciones como la de *Whaley*.
- Este autor propone una fórmula para valorar opciones de compra americanas sobre acciones que reparten dividendos. La hipótesis de partida es que el valor futuro del precio de la acción, sin dividendos, se distribuye como una lognormal. Si D es el valor actual de los dividendos que se repartirán en el momento t y T representa el vencimiento de la opción, entonces:

$$C(S, T, E, D) = (S - D) \cdot \left[N(y_1) + N_2 \left(x_1, -y_1, -\sqrt{\frac{t}{T}} \right) \right] - E \cdot r^{-T} \cdot \left[N(y_2) \cdot r^{(T-t)} + N_2 \left(x_2, -y_2, -\sqrt{\frac{t}{T}} \right) \right] + D \cdot N(y_2)$$

$$x_1 = \frac{\left[\ln \left(\frac{S - D}{K} \right) + (\ln(r) + 0,5 \cdot \sigma^2) \cdot T \right]}{(\sigma \cdot \sqrt{T})}; \quad x_2 = x_1 - \sigma \cdot \sqrt{T}$$

$$y_1 = \frac{\left[\ln \left(\frac{S - D}{S_{t^*}} \right) + (\ln(r) + 0,5 \cdot \sigma^2) \cdot T \right]}{(\sigma \cdot \sqrt{T})}; \quad y_2 = y_1 - \sigma \cdot \sqrt{T}$$

Siendo S_t^* es el precio de la acción después del reparto del dividendo, $N(y_2)$ la probabilidad de que la opción se ejerza en t , $N_2(x_2; -y_2; \sqrt{t/T})$ la probabilidad de que la opción se ejerza al vencimiento T , y N_2 representa una distribución de probabilidad normal bivalente.

Pero este método, a pesar de ser aplicable a opciones americanas, sólo considera subyacentes de carácter spot y no forward, de ahí que recurramos al método de *Barone-Adessi y Whaley*.

Estos autores parten de la base de que las opciones americanas llevan una prima por la posibilidad de ejercicio anticipado, que puede definirse como:

$$\varepsilon_c(F, T) = C(F, T) - c(F, T)$$

Siendo ε_c la prima de la opción americana por el posible ejercicio anticipado, $C(F, T)$ el valor de la call americana, $c(F, T)$ el de una call europea de iguales características y valorada mediante Black-76, de manera que:

$$\begin{aligned} C(F, T+1) &= c(F, T+1) + A_2 \times \left(\frac{F}{F^*}\right)^{q_2} && \text{cuando } F < F^* \\ C(F, T+1) &= F - E && \text{cuando } F \geq F^* \end{aligned}$$

Es decir, se establecen dos valores para la opción en función de que el valor del subyacente se sitúe por encima o por debajo de un determinado valor F^* en el que se ejercería la opción. Cuando el subyacente sea mayor que ese valor de ejercicio, la opción americana será ejercida anticipadamente. Sin embargo, si el subyacente se encuentra por debajo, el valor de la call americana será el de una call europea de iguales características más la prima de ejecución anticipada. Entonces F^* será el valor del subyacente de ejercicio anticipado de la *call* americana, cuyo cálculo se obtiene de resolver de forma iterativa la ecuación:

$$F^* - E = c(F^*, T) + \frac{1 - e^{-r \cdot T} \cdot N[d_1(F^*)]}{q_2 \cdot F^{*q_2-1}} \cdot F^{*q_2}$$

$$q_2 = \frac{1}{2} \cdot \left[1 + \sqrt{1 + 4M/K} \right]$$

$$M = \frac{2 \cdot r}{\sigma^2}$$

$$K = 1 - e^{-r \cdot T}$$

Donde σ es la volatilidad del subyacente, r es el tipo de interés libre de riesgo y $d_1(F^*)$ es la variable d_1 tal como la define Black pero aplicado sobre el valor estimado de F^* o precio de ejercicio anticipado.

Por lo que respecta a la opción compuesta binaria, uno de los métodos existentes es el de Geske. La formulación es:

$$C = S \cdot M\left(a_1, b_1; \sqrt{\frac{t_1}{t_2}}\right) - A \cdot e^{-rt_2} M\left(a_2, b_2; \sqrt{\frac{t_1}{t_2}}\right) - E \cdot e^{-r_1 N(a_2)}$$

Donde:

$$a_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{S^*}\right) + \left(r + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2\right) \cdot t_1}{\sigma \cdot \sqrt{t_1}}$$

$$b_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{A}\right) + \left(r + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2\right) \cdot t_2}{\sigma \cdot \sqrt{t_2}}$$

$$a_2 = a_1 - \sigma \cdot \sqrt{t_1}$$

$$b_2 = b_1 - \sigma \cdot \sqrt{t_2}$$

$$t_1 = T - t$$

$$t_2 = T^* - t$$

Siendo S el precio del subyacente, A el precio de ejercicio de la opción, E el precio de ejercicio de la opción compuesta ¹², M la distribución normal bivalente, T el vencimiento opción compuesta, T^* el vencimiento de la opción subyacente, t el momento presente, r la tasa de interés libre de riesgo, σ la volatilidad del subyacente y S^* el precio de la acción tal que la opción compuesta sea *at-the-money* en el vencimiento.

6.1.2. Soluciones numéricas.

Dentro de este tipo de soluciones son dos las más características: las diferencias finitas y la simulación, normalmente mediante el método de Monte Carlo.

¹² En el caso de la opción compuesta sobre el DPS dicho valor será cero, pues se trata de una opción binaria.

1. Diferencias finitas.

Este método resuelve la ecuación diferencial parcial sustituyendo los términos diferenciales por diferencias finitas, es decir, aproxima el valor del DPS en un punto a partir de su valor en el momento futuro siguiente (*forward*), en el momento anterior (*backward*) o un término medio de ambos (central), así las diferencias reciben el nombre de explícita, implícita y Crank-Nicolson, respectivamente. De esta manera, si identificamos t como el momento temporal de valoración y j como el rango del valor del subyacente:

$$\frac{\partial \text{DPS}}{\partial S} = \begin{cases} \text{explícita} = \frac{\text{DPS}_{t,j+1} - \text{DPS}_{t,j-1}}{\Delta S} \\ \text{implícita} = \frac{\text{DPS}_{t+1,j+1} - \text{DPS}_{t+1,j-1}}{\Delta S} \\ C - N = \frac{\text{explícita} + \text{implícita}}{2} \end{cases}$$

$$\frac{\partial^2 \text{DPS}}{\partial S^2} = \begin{cases} \text{explícita} = \frac{\text{DPS}_{t,j+1} + \text{DPS}_{t,j-1} - 2 \cdot \text{DPS}_{t,j}}{\Delta S^2} \\ \text{implícita} = \frac{\text{DPS}_{t+1,j+1} + \text{DPS}_{t+1,j-1} - 2 \cdot \text{DPS}_{t+1,j}}{\Delta S^2} \\ C - N = \frac{\text{explícita} + \text{implícita}}{2} \end{cases}$$

$$\frac{\partial \text{DPS}}{\partial t} = \text{explícita} = \text{implícita} = C - N = \frac{\text{DPS}_{t,j} - \text{DPS}_{t+1,j}}{\Delta t}$$

2. Simulación mediante Monte Carlo.

El método de Monte Carlo se basa en el hecho de que la distribución del precio futuro del subyacente se determina por el proceso que define los movimientos de dicho precio. Este proceso puede ser simulado de forma que se obtengan una serie de valores futuros del subyacente que pueden ser usados para estimar el valor de la opción. Al mismo tiempo se calcula la desviación estándar de la estimación, de forma que puede establecerse la precisión de ésta, es decir, la simulación de Monte Carlo proporciona un intervalo de confianza para la bondad del valor calculado, de manera que la estimación será más precisa, en principio, cuanto menor sea la varianza. Sin embargo, este análisis no debe hacerse únicamente en términos de precisión sino también de eficiencia, es decir, teniendo en cuenta el coste de cada estimación, así un estimador c_1 será preferido a otro c_2 , si:

$$\sigma_1^2 \cdot b_1 < \sigma_2^2 \cdot b_2$$

Siendo b_1 y b_2 el trabajo o coste asociado a cada simulación.

Todo esto conduce a uno de los principales problemas que presenta el método de Monte Carlo estándar, esto es, para aumentar mínimamente la exactitud de la estimación, es necesaria una gran muestra, y por tanto, un elevado coste de estimación. En este sentido, se han ido introduciendo diversas mejoras consistentes en reducir la varianza con menor coste. Entre éstos, podemos citar: *antithetic sampling*¹³ y control variate¹⁴.

En principio, el método de Monte Carlo no está diseñado para valorar la posibilidad de ejercicio anticipado de la opción. El Monte Carlo estándar genera *pay-off* independientes y los combina de forma lineal, mientras que la valoración del ejercicio anticipado requeriría conocer el valor de la opción en fechas intermedias y realizar operaciones no lineales a lo largo del proceso. Así, el Monte Carlo estándar genera el valor de la opción sólo en dos fechas, al final, condicionada por el camino que ha seguido el precio del subyacente, y al principio, tomando la media actualizada del valor final.

Sin embargo, algunos trabajos recientemente han modificado el método estándar, con la intención de dotar al modelo de la capacidad de generar valores intermedios de la opción a fin de decidir si es preferible ejercerla o mantenerla viva.

En este sentido, debe tenerse en cuenta que la principal característica que diferencia el método Monte Carlo para opciones americanas del estándar para opciones europeas, es la necesidad de estimar un momento óptimo para el ejercicio. Entre éstos cabe destacar el algoritmo de haces de *Tilley*¹⁵.

6.2. Valoración en tiempo discreto.

Dentro de los modelos discretos que introducen el riesgo o incertidumbre en la valoración de opciones destaca el modelo binomial, enunciado por *Sharpe* y desarrollado por *Cox, Ross y Rubinstein*.

¹³ Consiste en generar el precio del subyacente y su opuesto.

¹⁴ Esta técnica reemplaza la valoración de una expectativa desconocida, por la valoración de la diferencia entre la variable desconocida y una expectativa conocida.

¹⁵ Para obtener el precio C de la opción americana, se simulan n recorridos del precio del subyacente siguiendo el método estándar, esto es, partiendo del valor en el momento inicial se obtienen n precios en el siguiente intervalo temporal, y así sucesivamente hasta llegar al último intervalo, o vencimiento de la opción. Después, se agruparían los distintos recorridos, cada uno de los grupos se denomina haz. Entonces se aplica un algoritmo dinámico para estimar C , consistente en fijar como valor de la opción en el momento t dentro de la senda k y el haz h , el mayor de ejercer en ese instante o mantener la opción:

$$C_{t,k}^h = \max.(S_{t,k} - E; C_{t+v}^h)$$

Donde E es el precio de ejercicio, v el intervalo temporal y C_{t+v}^h se define como el valor medio actualizado de la opción de todas las sendas que componen el haz k en el momento $t+v$, esto es:

$$C_{t+v}^h = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m C_{t+v,i}^h \cdot e^{-r \cdot v}$$

- En la aplicación de este modelo al igual que se estableció en la valoración de opciones inicialmente se establecen unas hipótesis de partida como dividir el horizonte temporal en períodos iguales y que el precio del subyacente evoluciona como un proceso binomial multiplicativo, entre otras. Según esta última, en cada momento del tiempo, el valor del subyacente sólo puede tomar dos valores:
 - $u \cdot S$ con una probabilidad de que ocurra igual a p .
 - $d \cdot S$ con una probabilidad de ocurrencia de $(1 - p)$.
- Básicamente el modelo binomial se basa en el concepto de cartera cubierta al igual que la valoración en tiempo continuo, de forma que una cartera compuesta por una opción comprada y una posición corta en el subyacente por una cantidad igual a la delta (D) de la opción, generan una cartera libre de riesgos, esto es:

$$P = C - D \cdot S$$

$$\Delta P = \Delta C - D \cdot \Delta S = 0$$

Para estimar los parámetros u , d y la probabilidad p , se precisan tres igualdades.

- La primera de ellas es la enunciada anteriormente relativa a la cartera libre de riesgos:

$$\Delta C = D \cdot \Delta S \Rightarrow D = \frac{\Delta C}{\Delta S} = \frac{C_u - C_d}{S \cdot (u - d)}$$

Esto supone que el drift del proceso del precio sea igual a la rentabilidad libre de riesgo, es decir, resulta una primera ecuación:

$$p \cdot u + (1 - p) \cdot d = e^{r \cdot \Delta t}$$

- La segunda ecuación se extrae de la difusión del precio, y que dado que la cartera es libre de riesgo será:

$$p \cdot u^2 + (1 - p) \cdot d^2 = e^{2 \left(r + \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \Delta t}$$

- Y la tercera es la simetría que existe entre los movimientos de subida y bajada, por la que se establece que una subida seguida de una bajada, o viceversa, llevan el precio a la situación de partida, y por tanto:

$$u \cdot d = 1$$

Tras solucionar las ecuaciones anteriores se obtienen los siguientes valores:

$$d = \frac{1}{u}$$

$$p = \frac{e^{r \cdot \Delta t} - d}{u - d}$$

$$u = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \left(e^{-r \cdot \Delta t} + e^{(r + \sigma^2) \cdot \Delta t} \right) + \left[\left(e^{-r \cdot \Delta t} + e^{(r + \sigma^2) \cdot \Delta t} \right)^2 - 4 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}$$

Así en forma matricial, el problema puede plantearse como sigue (para un solo intervalo temporal por simplicidad):

$$\begin{pmatrix} 1 \\ S_0 \\ C_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-r \cdot \Delta t} & e^{-r \cdot \Delta t} \\ u \cdot S_0 & d \cdot S_0 \\ C_u & C_d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$C_u = \max(u \cdot S_0 - E; 0)$$

$$C_d = \max(d \cdot S_0 - E; 0)$$

$$C_0 = a \cdot C_u + b \cdot C_d$$

7. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Cuando el tenedor de una opción decide ejercitarla, es en muchos casos, porque mediante la venta inmediata del subyacente, por ejemplo una acción que adquiere, realiza una ganancia segura. Para ello es necesario que la acción sea recibida en el momento justo de ejercitar la opción. Sin embargo, si el tenedor de un derecho de suscripción decide ejercitarlo, generalmente no recibirá la acción subyacente en ese momento, sino con un retraso con lo cual no podrá en un principio realizar una ganancia segura. Así, si se decide ejercitar la opción en el momento t^* porque $S^* > E$, aunque no se disponga de la acción en ese momento, puede venderla al descubierto, para devolverla en t^{**} junto con los dividendos que haya pagado en el periodo que va desde t^* hasta t^{**} . Entonces cuando llegue t^{**} , se devolverá la acción entregando la recibida del ejercicio del DPS. Así se reproducen los mismos flujos de dinero que en el caso de tener la acción en el momento de ejercitar la opción.

Según lo anterior, el valor teórico del DPS puede replicarse mediante una posición n-delta en la acción subyacente y una inversión o una financiación a la tasa libre de riesgo, es decir, comprar el DPS equivale a comprar delta acciones financiando la operación a la tasa libre de riesgo (r), para

que al vencimiento se atiende a la devolución del préstamo mediante la venta de las acciones; lógicamente, si el activo se valora en ambiente neutral al riesgo, la plusvalía que genera sería tal que cubriría los intereses del préstamo. Por otro lado, vender el DPS equivale a vender n-delta acciones e invertir el resultado a la tasa libre de riesgo, al igual que antes los intereses recibidos al vencimiento, unidos al principal serían suficientes para comprar las acciones. Esto supone que:

$$P_0 = \frac{1}{n} \cdot \text{DPS}_0 - \Delta \cdot n \cdot S_0^*$$

$$P_T = \frac{1}{n} \cdot \text{DPS}_T - \Delta \cdot S_T^*$$

$$\delta P = \frac{1}{n} \cdot \delta \text{DPS} - \Delta \cdot \delta S^* = 0$$

Luego surge una relación de arbitraje, que podemos enunciar como sigue:

- Si DPS_T es el valor teórico del derecho, es decir, la cartera réplica del derecho, compuesta por una posición larga de n-delta veces el subyacente más una posición corta en el bono (posición larga en el derecho), o una posición corta de n-delta veces la acción y una larga en el bono (posición corta en el derecho).
- Si DPS_M es el valor de mercado del derecho.

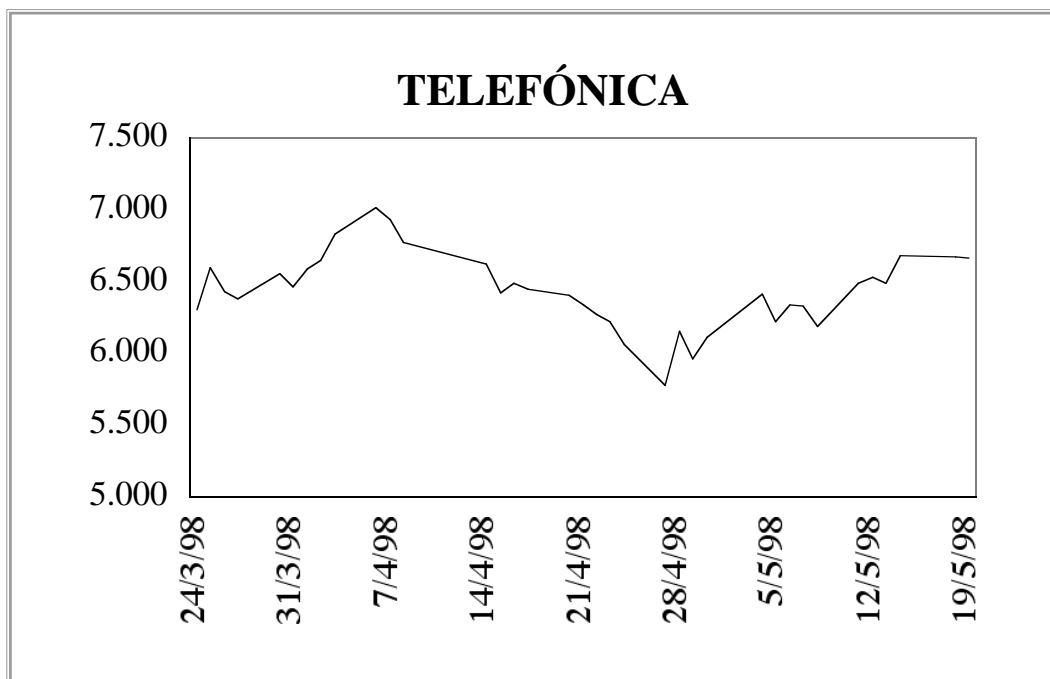
Entonces las oportunidades de arbitraje, para una tasa libre de riesgo r , vendrán dadas por:

POSIBILIDADES	ESTRATEGIA	RÉPLICA	RESULTADO AL VENCIMIENTO
$\text{DPS}_M = \text{DPS}_T$	–	–	No posibilidad de arbitraje
$\text{DPS}_M > \text{DPS}_T$	Vender DPS_M y comprar DPS_T	Posición larga n-delta en la acción y financiarla a la tasa libre de riesgo	$(\text{DPS}_M - \text{DPS}_T) \cdot (1+r)$
$\text{DPS}_M < \text{DPS}_T$	Comprar DPS_M y vender DPS_T	Posición corta n-delta en la acción e invertir el resultado a la tasa libre de riesgo	$(\text{DPS}_T - \text{DPS}_M) \cdot (1+r)$

Una vez analizado el problema de los DPS en el mercado español, tratamos de aplicar nuestros razonamientos a la ampliación de capital que realizó Telefónica, S.A. en abril de 1998. Esta operación se anunció el 25 de marzo, el día antes, la acción cotizaba a 6.307 pesetas, el período de sus-

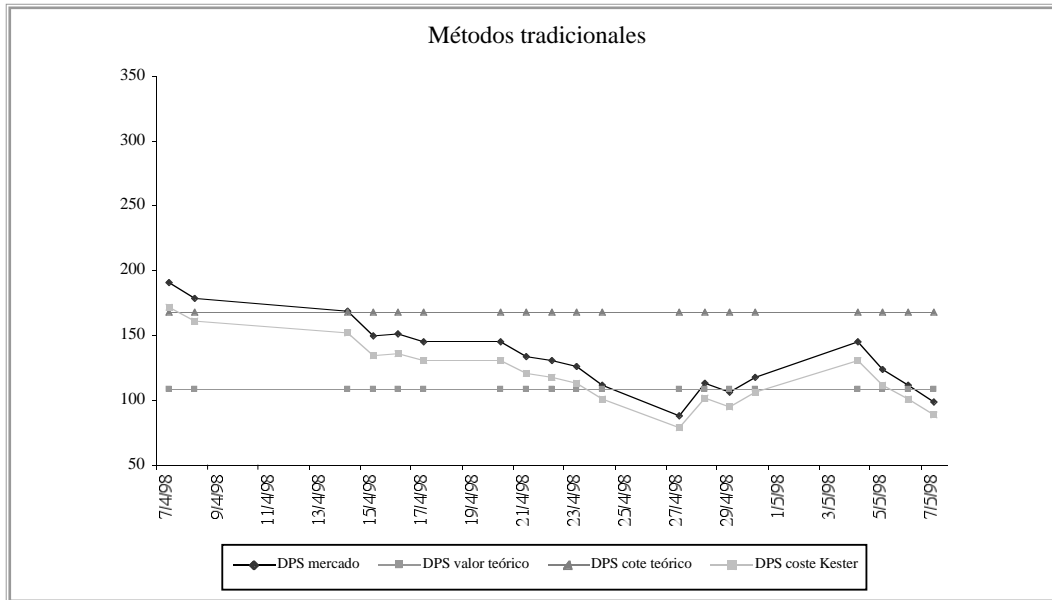
cripción fue desde el 7 de abril hasta el 7 de mayo, y la entrega de los nuevos títulos tuvo lugar el 19 de mayo. El valor de emisión o precio de ejercicio fue de 5.000 pesetas. Las acciones antiguas en circulación eran 939.470.820 y las emitidas nuevas 85.406.438, luego la proporción fue de 1 nueva por cada 11 antiguas.

El comportamiento de la acción de Telefónica desde el día antes del anuncio de la ampliación hasta la entrega de las nuevas acciones fue el siguiente:



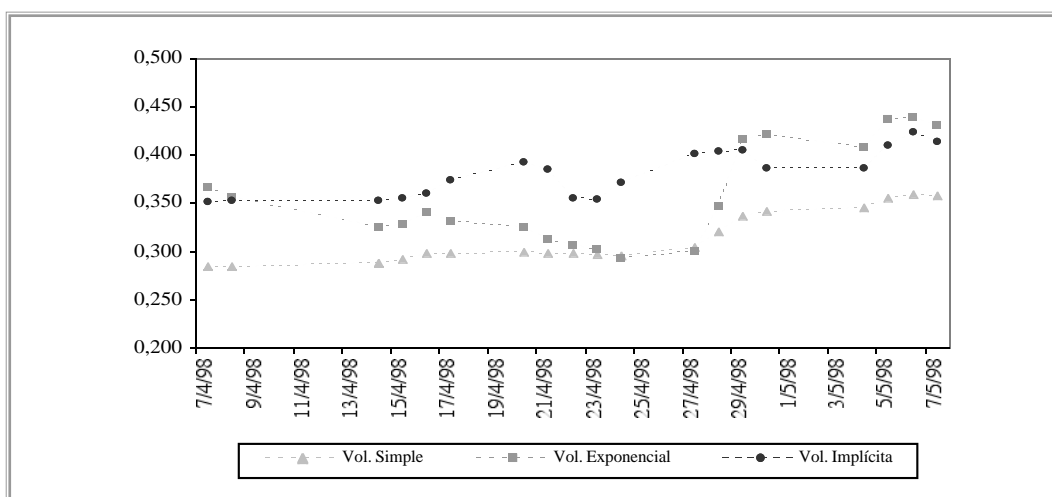
Destaca que en lugar de producirse una bajada del precio, ocurre todo lo contrario, en cambio, desde el inicio del período de suscripción hasta la mitad, aproximadamente, si recoge una fuerte caída, aunque posteriormente se recurre volviendo, en la fecha de entrega a un precio superior al que inicialmente existía en la fecha de anuncio de la operación. Esto evidencia que el efecto dilución no atiende a lo ampliamente expuesto en los manuales de contabilidad, puesto que el precio antes de la operación (6.307) es inferior tanto al precio en la fecha de vencimiento del ejercicio del DPS (6.332), como al de la fecha de entrega (6.661).

A continuación comparamos los valores del DPS obtenidos de aplicar los métodos tradicionales, tomando como valor de cotización anterior al anuncio de la ampliación el del 24 de marzo de 1998 (6.307 ESP), y como precio de adquisición, el de compra el día anterior al comienzo del ejercicio del DPS, esto es, el 6 de abril de 1998 (7.017 ESP). Los resultados han sido:

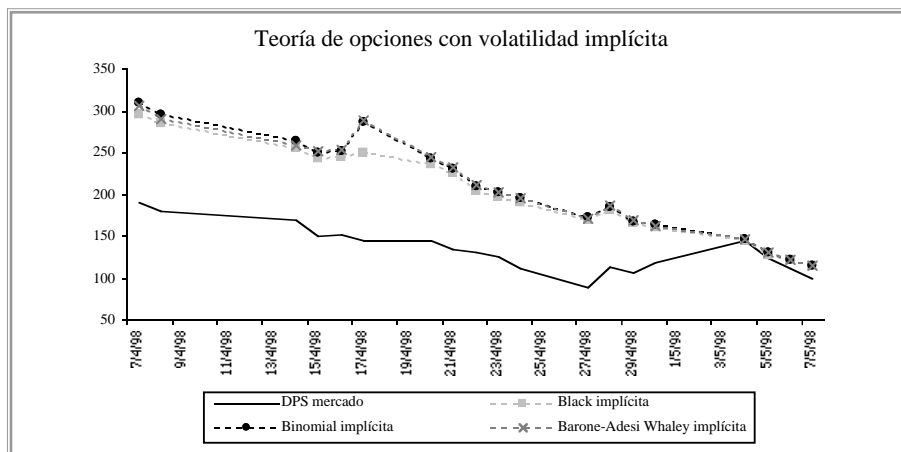
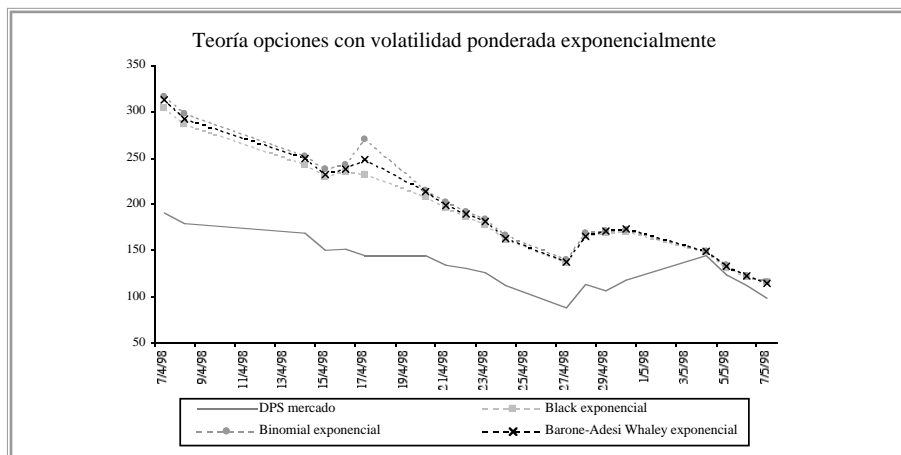
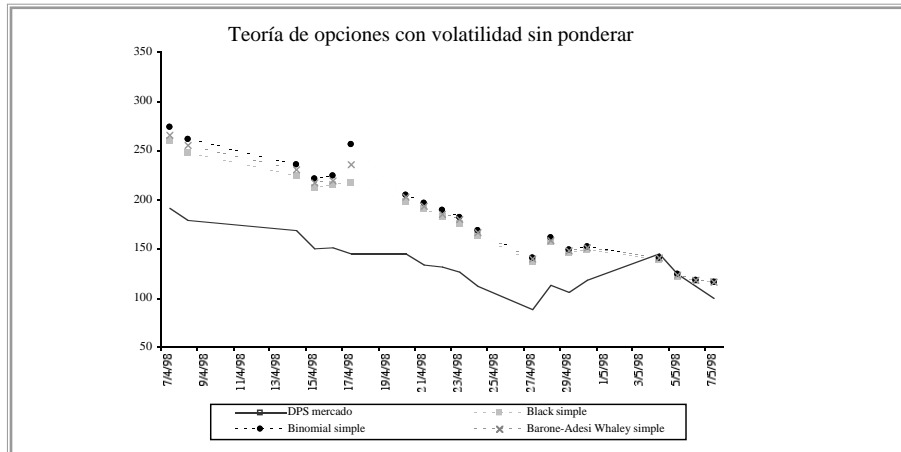


Como resulta evidente, tanto el valor teórico como el coste teórico son constantes, ya que se estiman a una fecha, y como se comprueba muy alejados del valor de mercado del DPS. El coste de Kester es más cercano al de mercado, puesto que toma como referencia éste, pero la cuestión es si el valor de mercado es un valor correcto, es decir, ¿permite arbitrar?, o lo que es igual, ¿obtener un beneficio sin riesgo?, puesto que de ser así, el coste de Kester tampoco es un método idóneo de valoración.

Seguidamente presentamos un estudio comparativo de las volatilidades anualizadas estimadas sin ponderar las observaciones, ponderadas exponencialmente (con coeficiente de 0.94, siguiendo a J. P. Morgan) e implícita (MEFF Renta Variable) para el precio de Telefónica:



Y finalmente, empleamos dichas volatilidades para valorar el DPS mediante fórmulas analíticas, binomial, Black-76 y Barone-Adesi y Whaley.



En resumen, podemos comprobar que:

- Los métodos tradicionales infraestiman el valor del DPS respecto del de mercado, debido a que no consideran factores relacionados con éste, como son el plazo y la volatilidad del precio del subyacente.
- La aplicación de la Teoría de Opciones genera unos valores superiores al valor de mercado.
- A medida que se acerca el vencimiento el valor de mercado del DPS se aproxima al valor estimado según la Teoría de Opciones, lo cual resulta comprensible, ya que el valor temporal de la opción tiende a cero con el transcurso del tiempo.
- Para cualquiera de los tres tipos de volatilidad empleada (sin ponderar, ponderación exponencial e implícita) el método más próximo al valor de mercado es el de black.
- La volatilidad ponderada exponencialmente es la que revierte respecto del valor de mercado más rápidamente, aunque la que menor diferencia presenta frente al valor de mercado, es la volatilidad sin ponderación.
- Aun tomando el valor obtenido mediante black con volatilidad simple o sin ponderar, el de mercado no se corresponde con el estimado, de manera que hasta el día 4 de mayo de 1998, se podría haber arbitrado comprando el DPS, vendiendo delta veces el subyacente y colocando la diferencia en el bono libre de riesgo, de tal manera que hasta el día 3 de mayo de 1998, se hubiese logrado un beneficio libre de riesgo.

Como consecuencia de la enorme diferencia entre el valor de mercado y los resultantes de aplicar la Teoría de Opciones, nos planteamos la posibilidad de que la volatilidad empleada en la valoración no fuese correcta. Además, esto tendría mayor fundamento en el hecho de que los métodos de valoración empleados anteriormente están basados en las hipótesis de Black y Scholes, dentro de las cuales destaca uno de los principales problemas en la valoración de opciones, esto es, que la volatilidad es constante. Pero en la realidad, dicho factor está afectado por el tiempo y por el precio. El primero de los fenómenos se define como volatilidad estocástica, y el segundo como volatilidad smile.

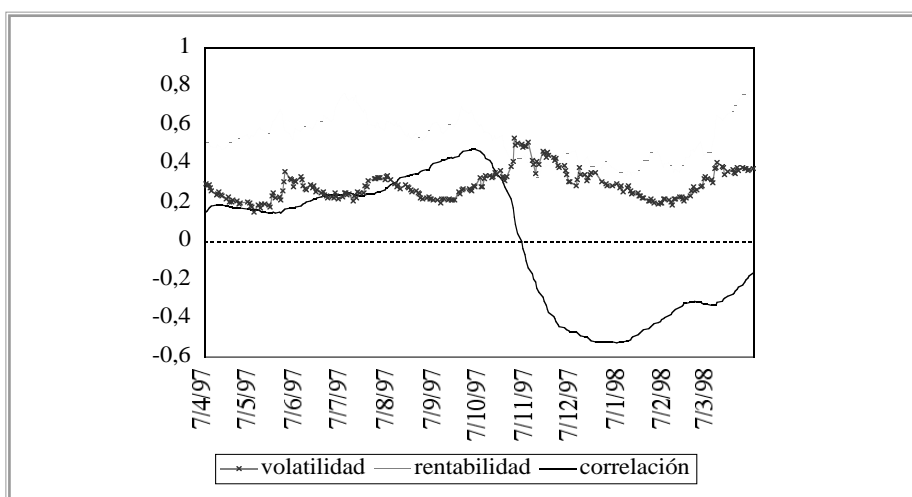
La llamada volatilidad Smile, es decir, la variación de la volatilidad con el precio de ejercicio, tiene sus causas principales en la kurtosis, así cuanto mayor sea, mayor probabilidad de que tengan lugar las colas gruesas, y en la asimetría, ya que ésta genera la correlación entre la volatilidad y la rentabilidad del activo subyacente, es decir, si la asimetría es cero (comportamiento normal), la correlación también lo será.

Este problema tiene mayor importancia cuando las opciones son muy In The Money o muy Out of The Money, así en nuestro caso, la mayoría de ampliaciones de capital, como la analizada, son muy ITM (precio de mercado muy superior al de emisión o ejercicio). De esta manera, se hace preciso comprobar cuál es el valor de la asimetría y la kurtosis para la serie de precios de Telefónica, tomando como períodos de variación del precio, el número de días entre la fecha de entrega y cada uno de los días en que se negociaron los DPS, los resultados fueron:

DÍAS HASTA LA ENTREGA	ASIMETRÍA	KURTOSIS
42	0.89386808	1.02193186
41	0.90378482	1.21178605
35	0.98837889	2.47968911
34	1.04975775	2.8539033
33	1.10149924	3.08529246
32	1.13866898	3.20218312
29	1.26666645	3.50983926
28	1.27331213	3.40992637
27	1.26164723	3.23032485
26	1.29326829	3.25054888
25	1.30020683	3.14563902
22	1.31181358	3.08682238
21	1.34583889	3.15239533
20	1.33810554	3.03535128
19	1.32903899	2.92964459
15	1.16893169	2.28848407
14	1.16128628	2.42871319
13	1.13689556	2.35518343
12	1.07305851	2.1263241

Como comprobamos la serie presenta una asimetría positiva, y la kurtosis, a pesar de estar corregida, es superior a cero (normalidad).

Como consecuencia de los resultados anteriores, procedemos a estimar la correlación entre el precio de Telefónica y su volatilidad, estimada esta última como histórica con ponderación exponencial, por ser el método cuyos resultados se aproximan más a la implícita. Gráficamente lo que obtuvimos fue:



Como puede comprobarse en el período de la operación la correlación es negativa, y el efecto de ello sobre una opción muy ITM, como es el caso del DPS que estudiamos, supone que la aplicación de metodologías de valoración basadas en el modelo de Black-Scholes se alejen del verdadero precio, esto podría ser la causa de la diferencia entre el precio de mercado del DPS y su valor teórico estimado anteriormente a través de diferentes fórmulas analíticas.

Al mismo tiempo que se considera la smile, hay que tener en cuenta que la volatilidad varía con el tiempo y presenta una reversión a la media, lo cual conduce a estudiar la estructura temporal de la volatilidad, es decir, considerar la volatilidad como una variable estocástica igual que el precio del subyacente.

Buscando una modelización completa del problema en cuestión, hemos de analizar la propuesta de Avellaneda y Zhu, por cuanto se trata de una valoración riesgo neutral de un derivado OTC, como el DPS, en el que la cartera cubierta exige que exista el subyacente (Telefónica) y opciones negociadas sobre el mismo, para cubrir la volatilidad (opciones sobre Telefónica de MEFF). Dicho modelo se expresa como:

$$\begin{aligned}dS_t &= r \cdot S_t \cdot dt + \sigma_t \cdot S_t \cdot dW_{S,t} \\d\sigma_t &= -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot \sigma_t^2 \cdot dt + V \cdot \sigma_t \cdot dW_{\sigma,t}\end{aligned}$$

Con la intención de valorar el DPS, y dado que el problema presenta dos variables estocásticas, una forma de solventarlo es a través de la simulación de Monte Carlo. Esto exige que previamente se exprese en forma discreta, de manera que a través de la transformación de Euler, teniendo en cuenta la correlación y sustituyendo los Brownianos por sus equivalentes variables *iid* de comportamiento normal ($\epsilon_{1,i}$ y $\epsilon_{2,i}$)¹⁶, resultaría:

$$\begin{aligned}S_i &= S_{i-1} \cdot e^{\left[\left(r - \frac{1}{2} \sigma_i^2 \right) \cdot \Delta t + \left(\rho \cdot \sigma_i \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \epsilon_{1,i} + \sqrt{1 - \rho^2} \cdot \sigma_i \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \epsilon_{2,i} \right) \right]} \\ \sigma_i &= \sigma_{i-1} \cdot e^{\left[-\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot \sigma_{i-1} \cdot \Delta t + V \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \epsilon_{1,i} \right]}\end{aligned}$$

Siendo i el subperíodo dentro de los n totales en que se divide el plazo de vencimiento de la opción a valorar ($1 \leq i \leq n$), y donde V es la volatilidad de la volatilidad y Δt es el valor del subintervalo. Además, r es la tasa libre de riesgo, S es el precio de Telefónica y σ es su volatilidad. Para

¹⁶ Además para obtener los números aleatorios aplicaremos Box-Muller:

$$\begin{aligned}x &= \left[-2 \cdot \ln(u) \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot v) \\ y &= \left[-2 \cdot \ln(v) \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot v)\end{aligned}$$

estimar el resto de parámetros ρ , λ , V y α , emplearemos el Método Eficiente de los Momentos, lo cual exige plantear un modelo de aproximación, en concreto emplearemos unos de los más usados en la práctica, el egarch, de esta forma:

$$\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = r - \frac{1}{2} \cdot \sigma_t^2 + \sigma_t \cdot \varepsilon_t$$

$$\ln(\sigma_t^2) = a_0 + a_1 \cdot \ln(\sigma_{t-1}^2) + a_2 \cdot |\varepsilon_{t-1}| + a_3 \cdot (\varepsilon_{t-1})$$

Con lo que tras estimar los parámetros obtendremos siguiendo a RITCHKEN y TREVOR, resulta:

$$\alpha = \frac{a_0}{2} + \frac{a_2}{\sqrt{2 \cdot \pi}}$$

$$\lambda = 1 - a_1$$

$$V = \frac{|a_2|}{2} \cdot \sqrt{\frac{|a_3|}{|a_2|} + \frac{\pi - 2}{\pi}}$$

$$\rho = \frac{a_3}{V}$$

Los valores obtenidos fueron:

PARÁMETROS	ESTIMACIÓN 95%	MODELO
a_0	0,2624	
a_1	0,9056	
a_2	-0,1619	
a_3	0,0856	
α		0,0666
λ		0,0944
V		0,0765
ρ		0,5595

De manera que el modelo sobre el que se simulará es el siguiente:

$$\sigma_t = \sigma_{t-1} \cdot e^{(0,0666 + 0,0944 \cdot \ln(\sigma_{t-1})) \cdot \Delta t + (0,0765 \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \varepsilon_i)}$$

$$S_t = S_{t-1} \cdot e^{\left(r_t - \frac{1}{2} \sigma_t^2\right) \Delta t + \left(\sigma_t \cdot 0,5595 \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \varepsilon_i + \sqrt{1 - 0,5595^2} \cdot \sigma_t \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \varepsilon_j\right)}$$

Una vez determinados los modelos, simulamos el precio de Telefónica desde cada día de cotización del DPS hasta la fecha de entrega de las nuevas acciones. Con este precio esperado en la entrega (S), determinamos el valor de p para cada recorrido simulado como:

$$p_i^t = e^{-r \cdot t} \cdot \text{máx.} \left(\frac{11 \cdot S_{i,T} - 5.000}{12} - 5.000; p_i^{t-1} \right)$$

Donde 5.000 pesetas es el precio de ejercicio, 11 representa el número de acciones antiguas necesarias para poder adquirir 1 nueva, i será cada recorrido (en nuestro caso hemos realizado 1.000 recorridos), T es la fecha de entrega de las nuevas acciones y t será cada uno de los intervalos temporales en que se divide el período de tiempo que falta hasta la entrega (hemos empleado 50 intervalos en cada recorrido simulado).

Además, hemos añadido una variable de control definida como la diferencia entre los precios estimados según Black-76 y los simulados $C(S)$, tomando la volatilidad constante e igual a la implícita de la fecha correspondiente:

$$q_i = [\bar{C}(S) - \text{Black}] \rightarrow S_i = S_{i-1} \cdot e^{\left[\left(r - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} \cdot \varepsilon_{i,i} \right]}$$

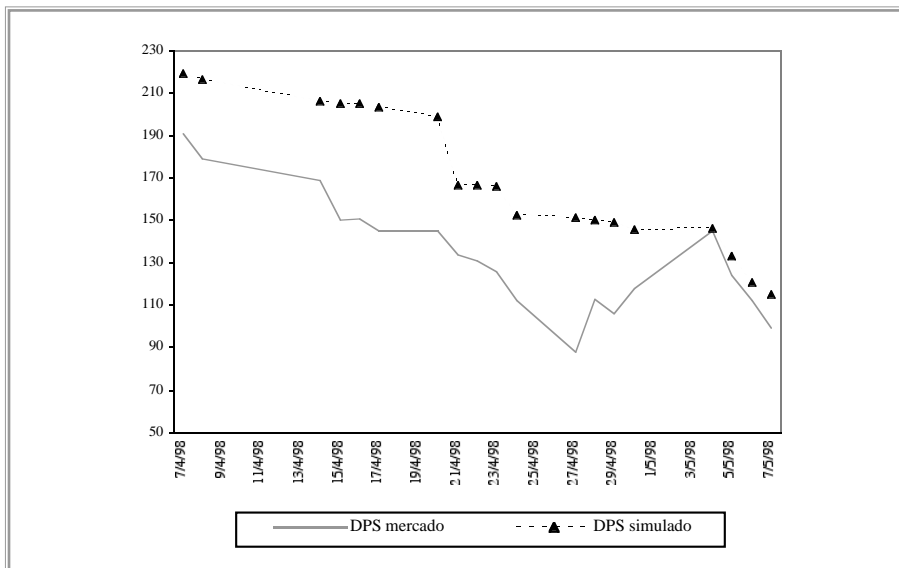
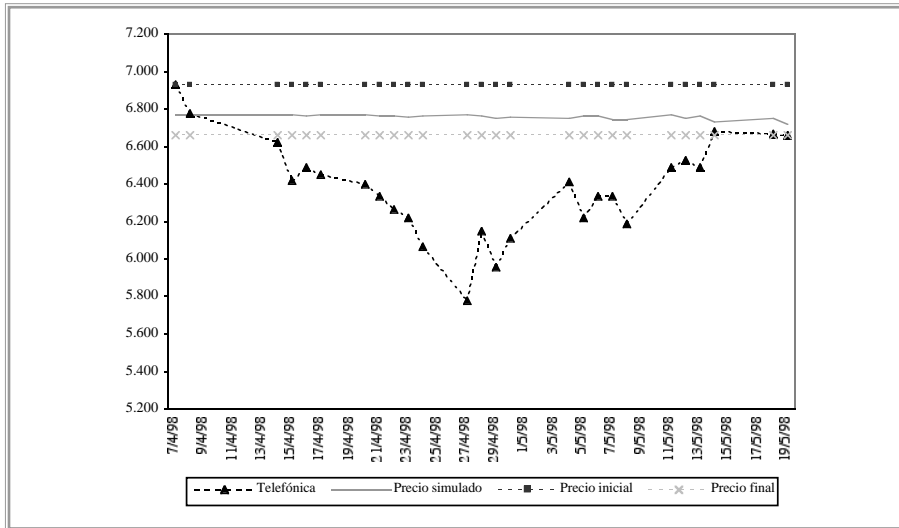
$$C_i(S_i) = e^{-r \cdot t} \cdot \text{máx.} \left(\frac{11 \cdot S_i - 5.000}{12} - 5.000; C_i(S_{i-1}) \right)$$

$$\bar{C}(S) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i(S)$$

Luego el precio final será el promedio de todas las simulaciones:

$$\text{DPS}_T = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (p_{i,t} + q_{i,t})$$

Los resultados obtenidos de la aplicación de esta propuesta fueron los siguientes respecto al precio y al valor del DPS:



A partir de estos resultados, las conclusiones finales que extraemos pueden resumirse como sigue:

1. Al tratarse de una opción muy ITM, en todos los casos simulados tenía lugar el ejercicio anticipado en el primer intervalo de cada recorrido, lo que equivale a comprar el DPS y ejercerlo.

2. Como consecuencia de que la opción es muy ITM y el efecto de la smile, las fórmulas de valoración cerradas de opciones empleadas anteriormente, sobrevaloran el DPS.
3. Dado que el modelo empleado es riesgo neutral, y como el valor del DPS es superior al de mercado, entonces, podemos afirmar que existen oportunidades de arbitraje, mediante la negociación con el subyacente, el DPS y la opción negociada en MEF Renta Variable. Así pues, siempre interesa comprar el derecho y ejercerlo, o si ya se posee nunca interesa venderlo, sino ejercerlo.
4. Finalmente, destacamos que la diferencia entre el valor simulado y el de mercado, muestra que los agentes únicamente consideran el valor intrínseco del DPS y no el valor temporal, pues dicha diferencia va disminuyendo con el transcurso del tiempo. Teniendo en cuenta que el valor temporal depende, además del vencimiento, de la volatilidad del subyacente, mediante el modelo propuesto, introducidos dicho efecto en la valoración del DPS.

BIBLIOGRAFÍA

- AVELLANEDA, M. y ZHU, Y. (1996), *A risk-neutral stochastic volatility model*. Courant Institute. New York University.
- BARONE-ADESSI, G. y WHALEY, R.E. (1987), «Efficient Analytic Approximation of American Option Values» en *The Journal of Finance*, vol. XLII, n.º 2, junio.
- BESTEIRO VALERA, M. A. y SÁNCHEZ ARROYO, G. (1998), *Contabilidad Financiera y de Sociedades*, ed. Pirámide, Madrid.
- BLACK, F. (1976), «The pricing of commodity Contracts» en *Journal of Financial Economics*, January n.º 3 pp. 167-179.
- BOYLE, P. (1998), «Options: A Monte Carlo Approach», en DUPIRE, B., *Monte Carlo, Methodologies and Applications for Pricing and Risk Management*, ed. Risk Publications. London.
- BOYLE, P., BROADIE, M. y GLASSERMAN, P. (1998), «Monte Carlo Methods for Security Pricing» en Dupire, B., *Monte Carlo, Methodologies and Applications for Pricing and Risk Management*, ed. Risk Publications. London..
- DAS, Satyajit (1997), *Risk Management and Financial Derivatives A Guide of the Mathematics*, ed. Macmillan Business. New York.
- FERNÁNDEZ, P. (1996), *Opciones, Futuros e Instrumentos Derivados*, ed. Deusto, S.A., Madrid.

- GALLEGO DíEZ, E., GONZÁLEZ SÁNCHEZ, M. y RÚA ALONSO DE CORRALES, E. (1999), *Contabilidad de Sociedades*, ed. Pirámide, Madrid.
- GONZÁLEZ SÁNCHEZ, M. (1999) «Los Productos Financieros Derivados» en PALOMO, R.J., MATEU, J.L., y REY, M.V., *Manual Financiero-Fiscal del Ahorro, la Inversión y el Seguro*, ed. Instituto Superior de Técnicas y Prácticas Bancarias, Madrid.
- HULL, J., WHITE, A. (1996), *Hull and White on derivatives*. Risk Publications. Londres.
- LAMOTHE, P. (1993), *Opciones Financieras*, ed. Mc Graw – Hill, Madrid.
- MASCAREÑAS PÉREZ-ÍÑIGO, J. y CACHÓN BLANCO, J.E. (1996), *Activos y Mercados Financieros. Las Acciones*, ed. Pirámide, Madrid.
- SUÁREZ SUÁREZ, A. (1994), *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*, ed. Pirámide, Madrid.
- TILLEY, J.A. (1998) «Valuing american option in a path-simulation model», en DUPIRE, B., *Monte Carlo, Methodologies and Applications for Pricing and Risk Management*, ed. Risk Publications, London.
- TOMPKINS, R.G. (1994), *Options Analysis*, ed. Probus Publishing, Chicago.
- RITCHKEN, P. y TREVOR, R. (1999). «Pricing options under Generalized GARCH and stochastic volatility processes». *The Journal of Finance*. Vol. LIV, n.º 1.
- URÍA, R. (1997), *Derecho Mercantil*, ed. Marcial Pons, Madrid.
- VICENT CHULIÁ, F. (1997), *Introducción al Derecho Mercantil*, ed. Tirant Lo Blanc, Valencia.
- VOSE, D. (1996), *Quantitative Risk Analysis: A Guide to Montecarlo Simulation Modelling*, ed. John Wiley & Sons. Chichester (West Sussex).

REFERENCIAS LEGALES

- CÓDIGO DE COMERCIO. Real Decreto de 22 de agosto de 1885.
- TEXTO REFUNDIDO DE LA LEY DE SOCIEDADES ANÓNIMAS. Real Decreto Legislativo 1569/1989.
- PLAN GENERAL DE CONTABILIDAD. Real Decreto 1643/1990, de 20 de diciembre.
- LEY DE SOCIEDADES DE RESPONSABILIDAD LIMITADA, de 23 de marzo de 1995.
- LEY 37/1998m de 16 de noviembre, de Reforma de la Ley 24/1998, de 28 de julio, del Mercado de Valores.