CÉSAR VILLAZÓN HERVÁS

Catedrático del Área de Economía Financiera y Contabilidad (Matemáticas Financieras). Universidad Autónoma de Barcelona

ACCÉSIT PREMIO *ESTUDIOS FINANCIEROS* 1998

Extracto:

ACTUALMENTE el VAR es un cuerpo de doctrina financiera y estadística con el que se pretende valorar el riesgo que incurren las entidades financieras (o no), en su quehacer diario en los mercados; más concretamente se trata de cuantificar el riesgo de pérdidas derivado de las operaciones dentro y fuera de balance como consecuencia de los movimientos adversos en los precios de mercado.

Desde comienzos de año, los bancos deben adecuar sus recursos propios de manera que sirvan para atenuar, realmente, los efectos perniciosos que acarrea la exposición al riesgo asumido en los mercados financieros y de divisas independientemente del trato contable que se quiera dar a la operación, es decir, que se deben tener en cuenta todas las operaciones, incluidas las de los mercados de derivados. Creemos que la actualidad de tal medida bien merece unas líneas con el fin de poner al día los conocimientos que se han ido produciendo en la medición del VAR.

Sumario:

4. Cuarta etapa: introducción de los cambios en los factores en el valor de la cartera: cálculo de la varianza.

5. Quinta etapa: cálculo del VAR.

6. Sexta etapa: horizonte temporal y nivel de confianza del VAR.

VII. Método histórico.

1. Primera etapa: recogida de información.

2. Segunda etapa: cálculo de las variaciones de valor en los factores.

3. Tercera etapa: construcción del vector de valores alternativos.

4. Cuarta etapa: deducción de los valores futuros de la cartera.

5. Quinta etapa: cálculo del VAR.

VIII. Método de simulación estocástica.

1. Período de posesión de la cartera estática.

2. Relación entre los factores de mercado y el valor de la cartera.

3. Simulación de parámetros estadísticos.

4. Método para simular cambios en un factor por el método de simulación estadística.

5. Método para simular cambios en dos factores independientes por el método de simulación estadística.

6. Método para simular cambios en dos factores cuya correlación es perfecta por el método de simulación estadística.

7. Método para simular cambios en dos factores dependientes por el método de simulación estadística.

I. PRESENTACIÓN

A partir del día 1 de enero del presente año ha sido la fecha desde la cual los bancos con actividad internacional deben empezar a adecuar su capital según su exposición al riesgo, de acuerdo con los criterios estándar emanados del *Basle Committee on Banking Supervision* [1]. Dicho comité de supervisión define **el riesgo de mercado como el riesgo de pérdidas derivado de las operaciones dentro y fuera de balance como consecuencia de los movimientos adversos en los precios de mercado, precios que habitualmente utilizan los bancos en sus modelos internos para medir dichas pérdidas potenciales**. De esta manera se pretende que el capital sirva de colchón real a la exposición al riesgo de precios asumido por los bancos, independientemente del tratamiento contable que se quiera dar a la operación, ya que se deben incluir todas las actividades propias del negocio bancario, es decir, tanto las operaciones en firme que se lleven a cabo en los mercados financieros y de divisas como las operaciones de derivados del tipo que sean.

Es evidente que a los bancos no les ha cogido por sorpresa; podemos decir que desde julio de 1988 constituía un objetivo primordial la adecuación del capital al riesgo real asumido por dichas entidades financieras. Durante este tiempo bancos, *dealers*, empresas de servicios bancarios y de asesoramiento financiero, han puesto a disposición de sus clientes un *software* informático que les permite implementar técnicas de cálculo y medición del riesgo potencial en sus posiciones de mercado. En este orden de ideas queremos destacar el papel primordial desempeñado por JP MORGAN que ha sido pionero en desarrollar el programa de gestión de riesgo conocido con el nombre de Risk Metrics, al cual nos referiremos más adelante.

---

1 Este comité del *Bank of International Settlements* (en adelante, BIS) dio a conocer el «Basle Approach» en abril de 1993.

¿Qué interés puede tener llevar a cabo un trabajo sobre algo de lo que además de existir bibliografía abundante, coexisten programas informáticos que lo único que hay que hacer es descargarlos de Internet y utilizarlos en el propio ordenador? Nuestro interés en este tema es doble:

- Por un lado pretendemos explicar un concepto que es claro en su definición pero no lo es su implementación práctica, y, por el otro,
- Al existir diferentes metodologías que conducen a resultados muy dispares, queremos ofrecer un conjunto de reglas que permita elegir el mejor método.

II. ESTIMACIÓN DEL RIESGO DE PRECIO DE UNA CARTERA

Consideremos que el valor de una cartera P depende de los precios de cada uno de los componentes de la misma:

$$P = f\,(p_1, p_2, ..., p_n) \qquad \text{donde } f \text{ es continuamente diferenciable} \tag{1}$$

Consideremos una variación temporal de los precios en un día, y designemos por $(\Delta p_1,\ \Delta p_2,\ ...,\ \Delta p_n)$ el vector de cambios en los precios. La variación del valor de la cartera ΔP durante el día transcurrido viene dado por:

$$\Delta P = \sum \frac{\partial f}{\partial p_i} \,.\, \Delta p_i + \frac{1}{2} \sum \frac{\partial^2 f}{\partial p_i^2} \,(\Delta p_i^2) + \sum_{i \neq j} \frac{\partial^2 f}{\partial p_i\, \partial p_j} \,(\Delta p_i\, \Delta p_j) + \ldots \tag{2}$$

Si suponemos que la relación entre el incremento del valor de la cartera y el cambio en los precios es lineal, la expresión anterior queda:

$$\Delta P = \sum \frac{\partial f}{\partial p_i} \,.\, \Delta p_i \tag{3}$$

lo cual significa que los incrementos de precios de los distintos componentes son independientes entre sí.

Si queremos conocer cuál es la dispersión del cambio experimentado en el valor de la cartera durante un día, podemos calcular la desviación estándar entre el valor de ayer y el valor de hoy, es decir, de ΔP, que designamos por: $\sigma\,(\Delta P)$.

Dado que los cambios unitarios son independientes, si admitimos que esta variación en los precios se mantiene estable durante un período de tiempo Δt, la dispersión del cambio producido en el valor de la cartera durante ese período de tiempo será igual a:

$$\sigma(\Delta P) \cdot \sqrt{\Delta t} \quad (4)$$

Al concepto que acabamos de definir no le podemos atribuir un margen de confianza, en el sentido de que no sabemos cuál es la probabilidad de que en el futuro se produzca una dispersión igual o similar a la hallada; por tanto, cuando hablamos de desviación estándar es debido a que de alguna manera aplicamos una fórmula parecida a ésta para hallar la dispersión, pero **en ningún caso la medida hallada es un estadístico *estricto sensu*.**

Para poder llevar a cabo un análisis estadístico debemos efectuar alguna hipótesis plausible acerca de la distribución de los cambios en los precios Δp_i; esto sólo será posible a través de un estudio de la generación de los posibles cambios en Δp_i, por ejemplo, podríamos suponer que se distribuyen según una normal; sin embargo, hemos de tener en cuenta que comprobaciones empíricas han demostrado que casi todas las distribuciones de los cambios en los precios poseen colas «gruesas» y picos «altos» en la zona central, conclusión lógica si tenemos en cuenta que la probabilidad de cambios pequeños en los precios tienen una probabilidad mucho más alta que cambios grandes, pero que tampoco hay que desdeñar la existencia de *clusters of outliers* en cualquiera de los dos sentidos (positivos y negativos) que desvirtúan la tendencia hacia cero en ambas colas de la distribución.

Además, de acuerdo con el objetivo que nos hemos planteado estamos interesados en determinar **la pérdida que puede experimentar el valor de una cartera como consecuencia del riesgo de mercado**, por lo que sólo interesa el resto que queda a partir de un cierto nivel en la cola izquierda de la distribución de resultados. Por tanto, para alcanzar algún resultado que sea mínimamente significativo deberíamos poder repetir el experimento y hallar la distribución de los cambios de Δp_i para poder inferir cuál será la distribución de los cambios de ΔP y a partir de ahí realizar inferencias que nos permitan determinar el resultado negativo del valor de la cartera con un cierto nivel de confianza. Estamos ahora en condiciones de definir el concepto central del trabajo que nos proponemos desarrollar y a continuación examinar los métodos que existen actualmente para su correcta estimación, analizando las ventajas e inconvenientes de cada uno de ellos y proponer el método que parece más adecuado a los propósitos de cada uno de los gestores de riesgo.

III. EL V*ALUE-AT-RISK* (VAR)

El concepto recomendado por el BIS para cuantificar el riesgo de una posición es el *Value-at-Risk*, cuya definición es la siguiente:

VAR es la estimación, expresada en unidades monetarias, de la mayor pérdida verosímil consecuencia del riesgo de mercado que un título o una cartera podrá experimentar en un intervalo de tiempo con un cierto grado de certidumbre expresado mediante un intervalo de confianza.

Cuando se habla de cartera, y, concretamente refiriéndonos a una cartera bancaria o de otra entidad financiera se debe entender que está formada por activos y pasivos. En este orden de ideas el concepto VAR se puede extender, y de hecho así ha sido, a cualquier entidad, financiera o no, que está expuesta a riesgo de mercado, sea éste de tipos de interés o de precios de mercado. Las entidades de seguros, fondos de pensiones, etc., por ejemplo, aplican alguna metodología tipo VAR para determinar su exposición al riesgo.

- El VAR se utiliza por muchas empresas para cuantificar y limitar su riesgo de precio. Algunas empresas lo utilizan también como base de cálculo para la asignación de recursos y en los pupitres de negociación para cubrir el riesgo de precio que están soportando.

- Puede servir también para medir la relación entre rentabilidad y riesgo, es decir, como elemento para determinar la bondad de un negocio o de una transacción.

- Se puede utilizar como una unidad de medida común para comparar y agregar diferentes riesgos (de crédito, de precio, operacional, de liquidez, etc.) que se van asumiendo en el curso de las transacciones y negocios que se van desarrollando.

- Compañías industriales entre las que podemos citar *British Petroleum*, *Siemens*, *Statoil*, etc., llevan ya tiempo realizando este tipo de análisis.

- Y, por último queremos referirnos a todas las entidades que poseen en sus carteras activos denominados en divisas o que realizan transacciones en moneda extranjera, que de una manera u otra están expuestas al riesgo del tipo de cambio en la medida que pueda afectar al valor de sus activos o pasivos.

IV. ELEMENTOS DE LA DEFINICIÓN DEL VAR

Vamos a entrar a considerar los distintos elementos que se han introducido en la definición del VAR ya que a partir de dicho análisis podremos empezar a conocer mejor los problemas que se plantean cuando se trata de cuantificarlo.

1. Cómo se determina el precio de mercado del título, de la cartera o del instrumento (*commodity*).

Debemos establecer una ecuación (que permita una evaluación rápida) que relacione el valor del activo de que se trate con las variables que influyen y determinan en definitiva su precio de mercado; a dichas variables se ha convenido en denominarlas como «factores de mercado»; por ejemplo, en el caso de que se trate de valorar un bono, la variable significativa sabemos que es el tipo de rentabilidad que el mercado exige para aquella clase de bonos. En general, los factores de mercado serán tipos de interés, tipos de cambio, precios de acciones, índices bursátiles, precios de mercaderías, etc.; además, en el caso de posiciones abiertas en los mercados de opciones debemos incluir volatilidades, así como otros factores de mercado que consideremos relevantes.

Cuando tenemos identificados los factores de mercado debemos establecer **la relación que existe entre el precio de mercado y los factores relevantes**. Algunas metodologías de estimación del VAR sólo admiten que estas relaciones sean lineales y todas pretenden reducir el número de factores de mercado al mínimo posible; además, debemos tener en cuenta que sólo estamos interesados en saber cómo varían los precios cuando cambian los factores de mercado que consideramos relevantes. De buen principio sólo hay una relación que sabemos seguro que no puede ser lineal: es el caso de las opciones, de manera que si el usuario está utilizando una metodología VAR que sólo acepta relaciones lineales, las debería dejar aparte y utilizar con ellas otra metodología.

2. Estimación de las distribuciones de probabilidad de los cambios en los factores de mercado.

De acuerdo con la definición de VAR debemos estimar cuál será el valor futuro de un activo con un cierto nivel de verosimilitud; por ello necesitamos conocer la ley de probabilidad que rige los cambios en los factores de mercado. No disponemos en la teoría financiera de principios que nos permitan obtener la función de distribución de tipos de interés ni de ningún otro factor de mercado, tan sólo tenemos dos maneras de generar tales leyes: mediante la **observación y comportamiento histórico** de los cambios de los factores de mercado o mediante la **simulación** de tales cambios.

La historia tiene de entrada una ventaja sobre la simulación: es que nos mostrará las concentraciones *(clusters)* de determinados cambios; así, en el estudio de la volatilidad sabemos que períodos de alta volatilidad se alternan con períodos de baja volatilidad o de relativa calma; pero también sabemos que dentro de un intervalo de tiempo relativamente largo con volatilidad baja puede haber intervalos muy cortos *(clusters of outliers)* con altas volatilidades. Este fenómeno es muy fácil de observar, no tan fácil de extrapolar o predecir, pero lo que sí es imposible es reproducirlo mediante simulación.

El inconveniente de utilizar las observaciones históricas es que esperamos que el futuro sea una copia del pasado, basado en la estabilidad de los cambios, ya que de otra forma no podríamos obtener ninguna ley de distribución de probabilidad de los cambios en los factores de mercado. Volveremos sobre este y otros problemas cuando tratemos los métodos de cálculo del VAR en los epígrafes siguientes.

El BIS recomienda [2] que **las volatilidades de los cambios en los factores de mercado y las correlaciones entre ellos deben obtenerse a partir de una muestra de observaciones de al menos un año de duración y que el intervalo de confianza debe ser del 99%, de manera que se puede producir la pérdida calculada con el VAR durante uno de cada 100 días.**

3. Horizonte temporal: tiempo de posesión de la misma cartera.

Es evidente que el VAR calculado servirá en tanto en cuanto se mantenga la posesión de la cartera, si ésta cambia en su composición o en su volumen el VAR se deberá volver a computar. Los períodos de posesión estándar más comúnmente utilizados en los cálculos del VAR son a un día, a una semana y a dos semanas. La elección del horizonte de posesión dependerá de la liquidez de los elementos de la cartera y la frecuencia con que éstos sean negociados; en principio, los instrumentos con menor liquidez deberían ser los de mayor período de posesión.

Para que tengamos una idea de lo que significa un período de posesión de dos semanas, podemos aplicar las reglas del BIS al capital adecuado de un banco según el VAR obtenido. El *add-on-factor* [3] a aplicar es de 3 si el período de posesión de la cartera es de dos semanas, es decir, que el VAR calculado se debe multiplicar por 3 que es la cifra de capital necesaria para cubrir «las debilidades potenciales del proceso de modelización y otros factores no cuantificables, tales como unas hipótesis incorrectas acerca de las distribuciones de probabilidad de los cambios en los factores, volatilidades inestables y movimientos extremos en los mercados» [4].

Si tenemos en cuenta las recomendaciones del BIS, podemos considerar que multiplicar por 3 es excesivo, sin embargo, para algunos analistas lo que es excesivo es considerar un período de posesión de dos semanas, sobre todo teniendo en cuenta que durante el período de posesión la cartera se mantiene intacta; debemos recordar en este sentido que una de las hipótesis del cálculo VAR, cualquiera que sea la metodología aplicada, es que se trata de un análisis estático, lo cual significa que la cartera es invariable.

2 Normativa que es conocida como la *Basle Capital Accord*.

3 Estimación simplificada del incremento potencial futuro en el valor de mercado de una posición sobre derivados.

4 Katerina SIMONS (1997) en «Value-at-Risk New Approaches to Risk Management», en *VAR Undertstanding and Applying Value-at-Risk*, pág. 135, Risk Publications.

V. METODOLOGÍAS VIGENTES EN EL CÁLCULO DEL VAR

Aunque ya hemos hecho mención de algunas de ellas, conviene ordenar las diferentes metodologías existentes a las cuales pasaremos revista brevemente en los epígrafes siguientes. En primer lugar, debemos manifestar que los modelos para calcular el VAR difieren en su metodología, en sus hipótesis y en los detalles de su implementación práctica. De todo lo dicho conviene resaltar que, sobre todo, difieren en el método y en las hipótesis subyacentes a la hora de simular los cambios en los factores de mercado y en su transformación en cambios en el valor de la cartera.

Hemos iniciado el análisis con lo que podemos considerar el cuerpo de doctrina más consistente y que se ha convenido en denominar el **método analítico**, de correlación (también de varianza-covarianza), paramétrico o de volatilidad-correlación. Este método consiste en **estimar la matriz de varianzas-covarianzas de los rendimientos de los títulos, utilizando las técnicas habituales del estudio y comportamiento de las series temporales y concluye cuando hemos calculado las desviaciones estándar y los coeficientes de correlación.**

La principal hipótesis de este método es que **las distribuciones de los rendimientos de los títulos siguen una ley normal**. Es el método que analizaremos en primer lugar, entre otras cosas porque además de ser el más extendido es el primer método que se ha utilizado. Posteriormente, la aplicabilidad de este método se ha mejorado mediante la aplicación de nuevas técnicas en el análisis de la volatilidad, con el fin de dar cabida a todos los instrumentos financieros cuyas variaciones en el rendimiento se considera que no son lineales con respecto a los cambios en los factores de mercado como pueden ser las opciones.

El segundo método que trataremos es el método histórico. Surge como consecuencia de la restricción planteada por la hipótesis de normalidad de los cambios en la rentabilidad de los factores de mercado, y de esta manera dar cabida a los *clusters of outliers* que no quedan recogidos mediante dicho supuesto. Los estudios empíricos acerca de las rentabilidades de diferentes activos muestran que sus distribuciones exhiben curtosis positiva, que hay varios picos alrededor de la media y que tienden a ser asimétricas en el sentido de que se producen más rentabilidades negativas que las «normales». Es posible calcular el VAR sin necesidad de suponer normalidad ni cualquier otra hipótesis acerca del comportamiento de la volatilidad o de las covarianzas.

El siguiente método analizado es el de simulación y dentro de éste se consideran a su vez dos: la simulación histórica y la simulación estocástica. La simulación histórica se aprovecha de las ventajas del método histórico que hemos señalado antes, sin embargo, tiene el inconveniente de que el VAR obtenido carece de intervalo de confianza, ya que dicha clase de simulación no utiliza ninguna hipótesis acerca de las distribuciones de los cambios en la rentabilidad de los factores. En cambio, la simulación estocástica o de Monte Carlo sí nos permite calcular el nivel de confianza del VAR pero por el contrario carece de la flexibilidad de los métodos históricos. De todas formas constituye uno de los métodos más utilizados en condiciones de mercado normales en el sentido de no catastróficas ni de alto nivel de riesgo.

Finalizamos este breve repaso de los métodos que analizaremos seguidamente con los distintos métodos ofrecidos básicamente por los bancos; tienen la ventaja de que se trata de una metodología contrastada y que en muchos casos ahorran a los usuarios una cantidad de tiempo y de recursos enorme; por ejemplo, se pueden disponer de varianzas, covarianzas, coeficientes de correlación y volatilidades de los factores de mercado más importantes, prácticamente en tiempo real sin más que acceder a la dirección adecuada de Internet. En caso de no ser así, los bancos ofrecen esta información de manera gratuita a sus clientes junto con el *software* necesario para su implementación en la empresa.

VI. MÉTODO ANALÍTICO

Iniciamos la descripción de los métodos para calcular el VAR con el analítico porque además de su simplicidad, también fue el primero en implementarse y se ha desarrollado continuamente, de manera que también cerraremos la exposición de los métodos con las últimas aportaciones analíticas en el campo de la medición de la volatilidad de los rendimientos de los factores de mercado.

Es un método pensado por y para los bancos, por tanto, debemos resaltar su bondad como elemento de ayuda en el proceso de gestión de los activos y pasivos bancarios; ya hemos referido en otro lugar que uno de los objetivos del VAR es tratar de cuantificar el riesgo de una cartera formada por instrumentos financieros que lógicamente representan una posición de mercado abierta para su poseedor, sea como prestamista o como prestatario. Como ejemplo consideremos una nota a tipo flotante (FRN); si los tipos de interés de mercado suben, perjudican al emisor de la nota (prestatario) y si los tipos de interés bajan, perjudican a su vez al poseedor de la misma (prestamista). Si el banco es emisor de este título, estará en su pasivo y debemos estar interesados a la hora de evaluar este instrumento acerca de las relaciones que existirán con sus activos. Es posible que haya concedido créditos por el mismo importe y al mismo plazo a tipos de interés variable con lo cual tendrá compensada *(matched)* completamente su posición de riesgo o la puede tener descompensada *(mismatched)* en alguna de sus características: cantidad, plazo y/o revisión de tipos *(reset dates).*

Ésta es la realidad de una cartera bancaria en la que coexisten títulos de diversa naturaleza que además pueden tener movimientos en sus precios de signos contrarios, por esta razón el cálculo y estimación del VAR deben hacerse contemplando la cartera como un todo, teniendo en cuenta las interrelaciones que se pueden producir en los cambios de valor de los distintos componentes de la misma que se reflejan a través de las variaciones de los factores de mercado.

1. Primera etapa: identificación y medida de la influencia de los factores de mercado.

Se deben determinar cuáles son los factores que influyen sobre las posiciones abiertas, y, en consecuencia, sobre el valor de mercado de la cartera. En principio se pueden incluir todas las variantes de los tipos de interés, tipos de cambio extranjero, índices de precios de las acciones o índices de precios de instrumentos *(commodities).*

Los factores de mercado pueden ejercer su influencia a diferentes niveles que afectará a la sensibilidad del precio de la cartera; en la acepción más simple del VAR sería suficiente calcular la correlación entre el cambio de precio de factores y el cambio de precio de la cartera. Formalmente y de manera aproximada la correlación directa queda especificada en este método de análisis por cada una de las derivadas parciales de (2).

Supongamos un bono con cupón anual de *c* PTAS. que se amortiza en *n* años por el nominal *F*. Los factores de mercado que determinan el valor de este bono son los tipos de interés cupón cero:

$$z(0,1),\ z(0,2),\ \ldots,\ z(0,n) \tag{5}$$

Con lo que el valor actual del bono es:

$$B_0 = c \cdot \sum_{t=1}^{n} \frac{1}{[1 + z(0,t)]^t} + F \cdot \frac{1}{[1 + z(0,n)]^n} \tag{6}$$

También podemos expresarlo en función de los factores de actualización cupón cero, siendo:

$$V_t = \frac{1}{[1 + z(0,t)]^t} = [1 + z(0,t)]^{-t} \quad \text{el factor de actualización, y} \tag{7}$$

$$B_0 = c \cdot \sum_{t=1}^{n} V_t + F \cdot V_t \quad \text{el valor del bono.} \tag{8}$$

Como sabemos, la medida habitual de la sensibilidad del valor de un bono es su duración cuya expresión es:

$$D = \frac{\sum_{t=1}^{n} c \cdot t \cdot V_t + F \cdot n \cdot V_n}{B_0} \tag{9}$$

De manera que cuanto mayor es la duración mayor es la sensibilidad del valor del bono con respecto a variaciones en los tipos de rentabilidad de mercado [5].

5 Véase VILLAZÓN-SANOU (1993), pág. 426 y ss.

Podemos aproximar la variación del valor de un bono utilizando la duración mediante la ecuación [6]:

$$\frac{\Delta B_0}{B_0} = -D_m \cdot \Delta i \tag{10}$$

En la que: D_m es la duración modificada $\Rightarrow D_m = \dfrac{D}{1 + i}$ (11)

i es el TIR del bono que se puede obtener a partir de la estructura temporal (5) o bien resolviendo la ecuación:

$$B_0 = c \cdot \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} + F \cdot (1 + i)^{-n} \tag{12}$$

En este ejemplo hemos podido identificar los factores de mercado (los tipos cupón cero), y, como consecuencia, el TIR del bono que es la rentabilidad requerida por el mercado en el momento del análisis, todo lo cual nos ha permitido establecer la relación lineal entre la variación del valor del bono y el tipo de interés de mercado.

En general, cuando se trata de un instrumento financiero cualquiera, tendremos una relación del tipo:

$$\frac{\Delta P}{P} = \textit{Delta de la posición} \ \ x \ \ \textit{Variación en el factor de mercado} \tag{13}$$

en la que P es el precio de mercado del instrumento financiero. Cuando los factores de mercado son única y exclusivamente tipos de interés, la «delta» [7] de la posición será equivalente a la duración modificada del instrumento.

Es muy posible que no sea suficiente una relación del tipo (13) para explicar la variación en el valor de mercado de un instrumento financiero y que se precisen derivadas de orden superior para hacer posible el análisis; por ejemplo, en el caso de un bono con una convexidad alta, la recta tan-

6 Véase VILLAZÓN-SANOU (1993), pág. 457.

7 La delta de una posición abierta en un mercado de derivados expresa la sensibilidad del precio del contrato con respecto al precio del subyacente.

gente que define el cambio aproximado en el valor del bono según (10) no sería una buena aproximación. Más adelante ya nos referiremos a esta limitación y trataremos de solventarla cuando introduzcamos instrumentos financieros basados en opciones en el cálculo del VAR.

2. Segunda etapa: correlaciones entre los factores de mercado.

Si se trata de analizar el valor de una cartera formada por un solo instrumento, el análisis efectuado hasta ahora sería suficiente, pero si hay más de un instrumento, tendríamos un sistema de ecuaciones simultáneas similares a la (10). Además, es muy posible que el cambio del valor del instrumento venga influenciado por más de un factor de mercado. Si el bono del ejemplo anterior es un bono denominado en divisas, deberíamos añadir la delta expresiva del riesgo de tipo de cambio entre las dos divisas implicadas. En conclusión, en el análisis del valor de una cartera en la cual **coexisten distintos factores de mercado que no pueden ser analizados solamente de manera individual debemos tener en cuenta el nivel de correlación que existe entre ellos**.

Debemos distinguir dos casos: el análisis simplificado de la sensibilidad del valor de una cartera que sólo utiliza un factor para estimar el cambio de precio de cada instrumento que se conoce con el nombre de **VAR media-covarianza** ya que únicamente el nivel y la volatilidad de un solo factor es suficiente para explicar la influencia en el valor.

El segundo caso se nos presenta cuando el precio de cada instrumento de la cartera depende de diferentes factores, por ejemplo, tipos de rentabilidad del mercado de bonos y tipos de cambio extranjero; en consecuencia, en el cálculo de la variación en el valor de la cartera debemos tener en cuenta: las dos deltas y el coeficiente de correlación entre los valores de ambos factores. Lo que acabamos de indicar significa lo siguiente: si consideramos que el valor de un bono denominado en una divisa extranjera es función de *x*, que es el tipo de interés requerido por el mercado para esa clase de bonos y de *y*, el tipo de cambio entre la divisa nacional y la divisa extranjera, de manera que: $B = f(x,y)$, entonces la variación en el valor del bono, cuando varíen los dos factores de mercado, vendrá dada por la expresión:

$$\Delta B = \frac{\partial f}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}\Delta y + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\Delta x^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\Delta y^2\right) + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\Delta x \Delta y + \dots \qquad (14)$$

En la que $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ son las deltas de cada posición. Podemos suponer que

$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\Delta x^2, \ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\Delta y^2\right)$ son prácticamente despreciables y no tenerlos en cuenta, pero

$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ que expresa la correlación entre x e y se debería cuantificar e introducir en el análisis, porque: **si existe una correlación positiva (negativa) entre x e y, se incrementará (disminuirá) el valor de la estimación del VAR.**

3. Tercera etapa: hipótesis acerca de la distribución de probabilidad de los rendimientos de los factores de mercado.

Ahora sí que es conveniente especificar las leyes de distribución de probabilidad que siguen los cambios de los distintos factores de mercado; por ejemplo, el método analítico más ampliamente usado, el Risk Metrics de JP MORGAN supone que las distribuciones subyacentes son normales. Con este supuesto y basándose en la información histórica calcula medias, varianzas y covarianzas de y entre los distintos factores de mercado que, como ya hemos dicho, se encuentran a disposición de los usuarios en Internet.

Todas las metodologías VAR requieren la formulación de hipótesis acerca de cómo varían los factores de mercado subyacentes que afectan eventualmente a los cambios de precios. En el VAR analítico se ajustan distribuciones de probabilidad obtenidas mediante métodos estadísticos a partir de las series de rendimientos de los factores de mercado, de manera que nos proporcionen las hipótesis necesarias que utilizaremos en la estimación de los movimientos futuros de los precios.

Las estimaciones del tipo volatilidad-correlación requieren la determinación de una media y de una varianza para cada factor de mercado que habitualmente se hallan a partir de observaciones históricas diarias de los movimientos de los factores. La amplitud del período de observación influye en la validez de la distribución de probabilidad obtenida. Períodos largos con numerosas observaciones tienden a proporcionar una amplia gama de variaciones de volatilidad, pero en cambio ocultan cambios súbitos de la misma. En cambio, si se dispone de pocas observaciones, pero recientes, tendremos presente los recientes cambios en la volatilidad del factor. En este orden de ideas debemos decidir si se concede la misma importancia a observaciones recientes que a las más alejadas en el tiempo, o si a las observaciones más recientes se les aplica un coeficiente de ponderación más alto que a las observaciones lejanas.

4. Cuarta etapa: introducción de los cambios en los factores en el valor de la cartera: cálculo de la varianza.

El método analítico considera que los cambios del valor de la cartera vienen determinados por las variaciones en los valores de los factores de mercado, estableciendo que la relación entre ambos conjuntos de variaciones es lineal. Formalmente esta relación viene dada por la ecuación:

$$\Delta P = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial P}{\partial f_i} \cdot \Delta f_i \qquad \Rightarrow \qquad \Delta P = \sum_{i=1}^{n} c_i \cdot \Delta f_i \tag{15}$$

en la que:

- ΔP es la variación en el valor de la cartera.
- $\frac{\partial P}{\partial f_i} = c_i$ son las constantes de la combinación lineal y tienen como interpretación las deltas de cada factor de mercado.
- Δf_i son las variaciones diarias en los valores de los factores de mercado.

La ecuación (15) constituye la representación paramétrica (de ahí también el nombre con que se conoce el método analítico) más simple del cambio experimentado por el valor de una cartera cuando varían los valores de los factores de mercado.

Si conocemos las varianzas, covarianzas y factores de correlación entre las variaciones de todos los factores de mercado, podemos calcular la varianza del cambio del valor en la cartera:

$$\text{Varianza de } (\Delta P) = \sum_{i=1}^{n} c_i^2 \cdot \sigma_i^2 + \sum_{i \neq j} c_i \cdot c_j \cdot \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \tag{17}$$

5. Quinta etapa: cálculo del VAR.

La raíz cuadrada de la varianza de ΔP es la desviación estándar del cambio de valor de la cartera:

$$\sigma\ (\Delta P) = \sqrt{var\ (\Delta P)} \tag{18}$$

Hemos definido el VAR como la pérdida potencial del valor inicial de la cartera con un nivel de confianza determinado. La relación entre ΔP y la desviación estándar de ΔP, depende de la ley de distribución de probabilidad de ΔP. Si hemos supuesto que los cambios en los factores de mercado siguen una distribución normal y que las correlaciones entre los cambios de los factores son estables en el tiempo, entonces la variación del valor de la cartera será también normal.

6. Sexta etapa: horizonte temporal y nivel de confianza del VAR.

Los dos elementos importantes que quedan por analizar de los modelos VAR son el intervalo de tiempo durante el cual se miden los riesgos de mercado y el intervalo de confianza con el que este riesgo es medido. La elección de esos dos componentes por parte de los gestores de riesgo afecta en gran manera a los resultados que se consiguen con la aplicación del modelo VAR elegido.

El período de tiempo utilizado en la definición del VAR, que se refiere como ya hemos indicado al período de posesión de la cartera, es discrecional, pero está sujeto a que la composición de la cartera no varíe durante dicho período. Por esta razón, la manera más sencilla de obviar este inconveniente consiste en calcular el VAR correspondiente a un período de posesión de un día.

Entonces bajo las hipótesis de normalidad y de independencia y, en ausencia de posiciones de mercado no lineales con respecto a los factores de mercado, el gestor de riesgo puede utilizar un solo cálculo para un horizonte a un día de la desviación estándar de la cartera por medio de la medida VAR; este cálculo será válido para cualquier período de posesión dado y para cualquier percentil también dado. Por ejemplo, una estimación de riesgo con un nivel de confianza del 99%, significa que sólo un 0,5% «del tiempo» se alcanzará un nivel de pérdida igual al VAR.

Supongamos ahora que el gestor de riesgo decide que un día de posesión es un período demasiado corto y que una semana es un período de posesión más apropiado. Con las hipótesis establecidas, si suponemos que los rendimientos son serialmente independientes, lo cual significa que los rendimientos de un día no afectan a los rendimientos de cualquier otro, entonces la desviación estándar aumenta proporcionalmente a la raíz cuadrada del tiempo. Si designamos por σ la desviación estándar de un día, la desviación estándar de una semana con cinco días hábiles es: $\sigma\sqrt{5}$.

VII. MÉTODO HISTÓRICO

Dado que muchas veces la normalidad de la distribución de los rendimientos de los factores de mercado no se puede sostener, es conveniente conocer la existencia de métodos alternativos que no utilicen dicha hipótesis; uno de los métodos es el que se ha convenido en denominar método histórico.

Como hasta ahora supondremos que no hay ningún inconveniente en considerar que el valor temporal de una cartera venga determinado por los valores que toman en cada instante un conjunto de factores de mercado; ésta es la única similitud que existe entre el método histórico y el analítico, porque no vamos a imponer ninguna restricción ni sobre el tipo de relación entre los cambios en el valor de la cartera y las variaciones de precio en los factores de mercado, ni tampoco precisamos de ninguna hipótesis acerca de la ley de distribución que rige el comportamiento de las variaciones en los valores de los factores de mercado. También se puede llevar a cabo el cálculo del VAR con el método histórico, valorando directamente los instrumentos financieros que entran a formar parte de la cartera, pero por razones de comparación con otras metodologías preferimos seguir utilizando el método de valoración a través de los factores de mercado.

1. Primera etapa: recogida de información.

Designamos por $f_1, f_2, \ldots, f_i, \ldots, f_n$ los factores de mercado que configuran el valor de la cartera en cualquier instante de tiempo; el vector de valores observados en el momento actual (t_0) será: $[f_1(t_0), f_2(t_0), \ldots, f_i(t_0), \ldots, f_n(t_0)]$, a partir del cual queda perfectamente definido el valor de la cartera en el instante (t_0), de manera que sí podemos escribir:

$$[f_1(t_0), f_2(t_0), \ldots, f_i(t_0), \ldots, f_n(t_0)] \quad \Rightarrow \quad P(t_0) \tag{19}$$

en la que $P(t_0)$ designa el valor de la cartera.

Para fijar ideas supondremos que disponemos de 101 observaciones pasadas de los valores alcanzados por el conjunto de n factores de mercado que determinan el valor de la cartera; si dichas observaciones son diarias, significa que el horizonte temporal que utilizaremos en el cálculo del VAR será un día.

Si designamos por: $t_0 - 1, t_0 - 2, \ldots, t_0 - 100, t_0 - 101$, los días hábiles de negociación en los cuales se han producido las citadas observaciones, dispondremos de los siguientes valores de los factores de mercado:

$f_1(t_0 - 1), f_1(t_0 - 2), \ldots, f_1(t_0 - 100), f_1(t_0 - 101)$ para el factor 1,

$f_2(t_0 - 1), f_2(t_0 - 2), \ldots, f_2(t_0 - 100), f_2(t_0 - 101)$ para el factor 2, …,

$f_i(t_0 - 1), f_i(t_0 - 2), \ldots, f_i(t_0 - 100), f_i(t_0 - 101)$ para el factor i-ésimo, …,

$f_n(t_0 - 1), f_n(t_0 - 2), \ldots, f_n(t_0 - 100), f_n(t_0 - 101)$ para el factor n-ésimo.

2. Segunda etapa: cálculo de las variaciones de valor en los factores.

Calculamos las variaciones diarias en los valores observados de cada uno de los factores, y como el proceso que vamos a seguir es idéntico para todos los factores de mercado, los cálculos los aplicaremos únicamente al factor i-ésimo:

$$\Delta f_i\,(t_0-1)\;=\;f_i\,(t_0-2)\;-\;f_i\,(t_0-1),\ \Delta f_i\,(t_0-2)\;=\;f_i\,(t_0-3)\;-\;f_i\,(t_0-2),\ \ldots,$$

$$\Delta f_i\,(t_0-99)\;=\;f_i\,(t_0-100)\;-\;f_i\,(t_0-99),\ \Delta f_i\,(t_0-100)\;=\;f_i\,(t_0-101)\;-\;f_i\,(t_0-100)$$

para $i\;=\;1, 2, \ldots, n$

3. Tercera etapa: construcción del vector de valores alternativos.

Creamos un vector de valores alternativos:

$[af_i\,(t_0+1),\ af_i\,(t_0+2),\ \ldots,\ af_i\,(t_0+99),\ af_i\,(t_0+100)]$, el cual se obtiene sumando al valor de mercado vigente $f_i\,(t_0)$ cada uno de los cambios observados y producidos en el pasado, los cuales proyectamos hacia el futuro, resultando:

$$\left.\begin{array}{ll} af_i\,(t_0+1)\;=\;f_i\,(t_0)\;+\;\Delta f_i\,(t_0-1), & af_i\,(t_0+2)\;=\;f_i\,(t_0)\;+\;\Delta f_i\,(t_0-2), \ldots, \\ af_i\,(t_0+99)\;=\;f_i\,(t_0)\;+\;\Delta f_i\,(t_0-99), & af_i\,(t_0+100)\;=\;f_i\,(t_0)\;+\;\Delta f_i\,(t_0-100) \end{array}\right\}\ \forall i$$

4. Cuarta etapa: deducción de los valores futuros de la cartera.

Estamos en condiciones de hallar la evolución de los valores futuros de la cartera a partir de los vectores de precios de los factores calculados en la tercera etapa:

$$\begin{array}{ll} [af_1\,(t_0+1),\ af_2\,(t_0+1),\ \ldots,\ af_i\,(t_0+1),\ \ldots,\ af_n\,(t_0+1)] & \Rightarrow\quad P\,(t_0+1) \\ [af_1\,(t_0+2),\ af_2\,(t_0+2),\ \ldots,\ af_i\,(t_0+2),\ \ldots,\ af_n\,(t_0+2)] & \Rightarrow\quad P\,(t_0+2) \\ \mathrm{M} & \\ [af_1\,(t_0+99),\ af_2\,(t_0+99),\ \ldots,\ af_i\,(t_0+99),\ \ldots,\ af_n\,(t_0+99)] & \Rightarrow\quad P\,(t_0+99) \\ [af_1\,(t_0+100),\ af_2\,(t_0+100),\ \ldots,\ af_i\,(t_0+100),\ \ldots,\ af_n\,(t_0+100)] & \Rightarrow\quad P\,(t_0+100) \end{array}$$

Estos valores proyectados, junto con el valor real observado en el instante inicial $t_0\;\Rightarrow\;P\,(t_0)$ nos permiten calcular las siguientes 100 variaciones en el valor de la cartera:

$$\Delta P\,(t_0)\;=\;P\,(t_0+1)\;-\;P\,(t_0),\quad \Delta P\,(t_0+1)\;=\;P\,(t_0+2)\;-\;P\,(t_0+1),\ \ldots,$$

$$\Delta P\,(t_0+98)\;=\;P\,(t_0+99)\;-\;P\,(t_0+98),\quad \Delta P\,(t_0+99)\;=\;P\,(t_0+100)\;-\;P\,(t_0+99)$$

5. Quinta etapa: cálculo del VAR.

A continuación ordenamos los cambios proyectados del valor de la cartera:

$$\Delta^{(1)} P,\ \Delta^{(2)}P,\ \Delta^{(3)}P,\ \ldots,\ \Delta^{(99)}P,\ \Delta^{(100)}P$$

y determinamos el VAR basado en el nivel de confianza elegido. Para un día el VAR con un nivel de confianza del 95% utilizando los 101 días anteriores de negociación, debería ser el 5.º valor de la serie.

Elegir un período de 101 días puede estar motivado por el deseo de capturar cambios a corto plazo del riesgo de la cartera; si elegimos un período más largo, por ejemplo, 1.000 días obtendríamos unas estimaciones mejores de los percentiles, pero hay un pequeño inconveniente, si consideramos cambios diarios y que hay aproximadamente 250 días de negociación durante el año, se precisan cuatro años de observaciones pasadas.

VIII. MÉTODO DE SIMULACIÓN ESTOCÁSTICA

El método histórico que acabamos de describir forma parte de los métodos que algunos autores y programas clasifican como métodos de simulación; pero existen dentro del cálculo del VAR dos clases de simulación:

- Aquella que define un escenario de cambios en los valores de los factores de mercado sin tener en cuenta para nada la probabilidad de que tal escenario se produzca (simulación histórica determinista y métodos basados en la sensibilidad de los factores), y
- La simulación estocástica en la cual se pone el acento en la probabilidad o el nivel de confianza que un determinado cambio en un factor de mercado se produzca y, en consecuencia, que tal cambio llegue a afectar al valor de la cartera con un cierto nivel de verosimilitud.

1. Período de posesión de la cartera estática.

Como en todos los métodos debemos hacer referencia, en primer lugar, al plazo de tiempo para el cual es válido el VAR calculado; lo más realista es considerar que el horizonte de validez es de un día y que intervalos de tiempo mayores requieren métodos de cálculo complejos. Este método, que de por sí ya es sofisticado, cumple además con todos los requisitos estadísticos necesarios para poder llevar a cabo predicciones generalizadas. Por tanto, adoptaremos las recomendaciones del BIS en cuanto a plazos, que si bien supone que se trata de calcular el VAR de una cartera estática, admite que el período de posesión se extiende a un plazo de 10 días, lo cual implica que los cambios (súbitos) en los factores de mercado permanecen invariables durante el mismo plazo, estableciendo su nivel de confianza en el 98%.

Este horizonte de posesión relativamente largo, acompañado del alto nivel de confianza deseado, haría desaconsejable utilizar cualquiera de los dos métodos ya expuestos debido a sus limitaciones, ya que precisarían períodos de observación extraordinariamente largos para poder incluir todas las posibilidades de riesgo de mercado en los factores. Con el método de simulación estocástica este problema no existe, tan sólo basta elegir el tamaño muestral suficiente para cumplir con todos los requisitos deseados.

2. Relación entre los factores de mercado y el valor de la cartera.

En este método no tenemos ningún inconveniente en aceptar cualquier tipo de instrumento en la cartera, tenga relación lineal o no con los factores de mercado, lo cual representa una ventaja considerable con respecto a los anteriores. Básicamente se diferencia de los demás métodos en dos aspectos:

- La manera en que se simulan los cambios en los factores de mercado.
- La forma de introducción de estos cambios en la ecuación que determina el valor de la cartera y la consiguiente obtención de las variaciones en el valor de la misma.

El esquema de funcionamiento del método de simulación estocástica es muy parecido al método histórico por lo que es muy sencillo de llevar a cabo. Si consideramos que llevamos a cabo una serie de $\{1, 2, ..., S\}$ simulaciones, y designamos por:

- $[\Delta f_1, \Delta f_2, \ldots, \Delta f_i, ..., \Delta f_n]$ los cambios representativos de los factores de mercado.
- $\Delta f_1 (s)$ el cambio generado en el factor *i* en la simulación *s*.
- $\Delta P(1), \Delta P(2), ..., \Delta P(S)$ los cambios resultantes en el valor de la cartera.

Podemos construir la siguiente tabla:

SIMULACIÓN NÚMERO	CAMBIOS SIMULADOS EN LOS FACTORES				CAMBIOS RESULTANTES EN EL VALOR DE LA CARTERA	
1	$\Delta f_1(1)$	$\Delta f_2(1)$	…	$\Delta f_n(1)$	⇒	$\Delta P(1)$
2	$\Delta f_1(2)$	$\Delta f_2(2)$	…	$\Delta f_n(2)$	⇒	$\Delta P(2)$
M	M	M		M	⇒	M
S	$\Delta f_1(S)$	$\Delta f_2(S)$	...	$\Delta f_n(S)$	⇒	$\Delta P(S)$

Podemos ahora establecer hipótesis acerca del comportamiento de los cambios en los factores de mercado:

Si suponemos que los cambios en un pasado próximo $\Delta f_i(s)\ \forall i,\ \forall s$, siguen una distribución normal y que las correlaciones entre los cambios son estables, podemos simular los cambios futuros por medio de las desviaciones estándar y los coeficientes de correlación de los cambios pasados. Estos parámetros se pueden calcular a partir de una muestra y entonces el método de simulación a utilizar podría ser cualquiera. **El método resultante sería un intermedio entre el método analítico** (en el sentido de que hacemos uso de hipótesis acerca de la distribución de los cambios en los factores) **y el método histórico** porque utilizamos la información proporcionada por los cambios más recientes, pero con una ventaja sobre éste al no estar limitados por el número de observaciones, ya que aquí se pueden generar todas las que precisemos. Debemos tener en cuenta que los métodos de simulación «más sencillos» utilizan más o menos implícitamente las hipótesis que hemos indicado y por ello podemos considerar que son métodos de **simulación simples**.

Si en cambio admitimos:

1. Que los cambios en los factores de mercado o por lo menos en algunos siguen distribuciones distintas a la normal con el fin de incorporar distribuciones con colas gruesas o con varios picos (más de una moda local), y/o
2. Que las correlaciones no son estables, por ejemplo, que tienen más importancia y, por tanto, queremos que tengan mayor influencia los cambios observados recientemente que los más lejanos o que la correlación depende de los cambios, lo que en definitiva supone considerar que los factores de correlación son dinámicos.

Entonces, con el fin de dar cabida a estas hipótesis más **complejas**, los procedimientos de simulación se complican bastante. De todas maneras es muy difícil (o casi imposible) que con sólo hipótesis simples se pueda utilizar, con mínimas garantías, el procedimiento de simulación estocástica, por tanto vamos a dedicar unas líneas a reflexionar acerca de los procesos de simulación.

3. Simulación de parámetros estadísticos.

Suponemos que, a estas alturas, el lector se habrá percatado que, aun sin ponerlo de manifiesto explícitamente, los dos métodos del cálculo del VAR anteriores utilizan simulaciones; el método analítico porque hace uso de varianzas, covarianzas, correlaciones y otros parámetros estadísticos basados en experiencias propias o de otros que proyectados servirán para hallar los cambios futuros en el valor de la cartera; el método histórico porque utiliza los cambios en los factores de mercado hallados en el pasado y supone que serán los mismos que se producirán en el futuro. Es decir, que de una forma u otra «simula» escenarios de cambios en el futuro, lo único que no hacemos es aplicar técnicas de simulación estocástica, pero ya hemos referido con anterioridad que no necesariamente ésta es la única técnica para simular escenarios.

Ahora aprovechamos la ocasión para profundizar un poco en lo que significa simular y conocer la trascendencia que tiene en el proceso del cálculo del VAR, y no tanto en lo que de riguroso y científico tenga el procedimiento de simulación elegido, sino que deseamos que el lector se percate de que el procedimiento de simulación debe incorporar las relaciones lógicas que deben cumplir los distintos factores de mercado, o sea, que el procedimiento de simulación no sólo debe ser correcto desde el punto de vista estadístico sino que también debe plantear relaciones causa-efecto entre los cambios en los factores y las variaciones de la cartera y entre los propios cambios de los factores que sean correctas desde el punto de vista económico-financiero. Lo que acabamos de afirmar es muy sencillo de expresar, pero como ocurre con todo lo que está alrededor del VAR, es algo más difícil de traducir en términos de relaciones y ecuaciones cuantificables.

El método de simulación estocástica tiene *a priori* algunos inconvenientes que debemos solventar; el primero es que los resultados generados por un procedimiento de simulación son independientes entre sí lo cual hace que su coeficiente de correlación sea nulo, ésta es una buena noticia cuando entre los cambios de los factores no existe correlación; pero si sabemos que existe correlación entre dos o más factores, también debe existir correlación entre dichos factores en el proceso de simulación. Vamos a resolver esta cuestión avanzando progresivamente y por etapas, primero formalizaremos la relación de cambio en un factor, luego entre dos factores independientes, a continuación entre dos factores dependientes y por último la generalizaremos a *n* factores dependientes.

4. Método para simular cambios en un factor por el método de simulación estadística.

El cambio diario generado en un factor de mercado supondremos que viene determinado por la ecuación:

$$\Delta f_i = E\,[\Delta f_i] + \sigma_i \,.\, z$$

en la que:

- $E\,[\Delta f_i]$ es el valor medio de los cambios esperados en el factor *i* en un día que consideraremos nulo.
- σ_i es la desviación estándar de dichos cambios.
- z es un factor amplificador de la desviación estándar, generado aleatoriamente según una distribución normal.

Sustituyendo el valor medio resulta:

$$\Delta f_i = \sigma_i \,.\, z$$

5. Método para simular cambios en dos factores independientes por el método de simulación estadística.

Supongamos ahora dos factores de mercado cuya correlación entre variaciones sea nula; bajo las mismas hipótesis, tendremos que sus variaciones diarias se pueden expresar en la forma:

$$\begin{aligned} \Delta f_i &= \sigma_i \cdot z_1 \\ \Delta f_j &= \sigma_j \cdot z_2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \text{o bien en forma matricial:} \quad \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta f_i \\ \Delta f_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

6. Método para simular cambios en dos factores cuya correlación es perfecta por el método de simulación estadística.

Esto significa que los valores de *z* son comunes a las ecuaciones representativas de los cambios de ambos factores, en consecuencia:

$$\begin{aligned} \Delta f_i &= \sigma_i \cdot z_1 \\ \Delta f_j &= \sigma_j \cdot z_1 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \text{o bien en forma matricial:} \quad \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta f_i \\ \Delta f_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_i & 0 \\ \sigma_j & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_1 \end{bmatrix}$$

7. Método para simular cambios en dos factores dependientes por el método de simulación estadística.

Consideremos ahora el caso general en el que los cambios de dos factores están correlacionados; habida cuenta lo anterior podemos escribir la relación en la forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta f_i \\ \Delta f_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \Delta f_i &= a_{11} \cdot z_1 + a_{12} \cdot z_2 \\ \Delta f_j &= a_{21} \cdot z_1 + a_{22} \cdot z_2 \end{aligned} \tag{20}$$

La matriz $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ no puede ser una matriz cualquiera, ya que el producto por su transpuesta debe resultar igual a la matriz de varianzas y covarianzas de los cambios de los dos factores considerados; utilizando la transformación de CHOLESKY [8], tenemos:

[8] Evan PICOULT (1997), pág. 80.

$$A \ . \ A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = V \ \text{; donde } V = \begin{bmatrix} var\ (\Delta f_i) & cov\ (\Delta f_i, \Delta f_j) \\ cov\ (\Delta f_j, \Delta f_i) & var\ (\Delta f_j) \end{bmatrix}$$

Efectuando los productos indicados, igualando ambas matrices y sustituyendo las varianzas y covarianzas por: $\sigma_i^2, \sigma_j^2, \sigma_i \ \sigma_j \ \rho_{ij}$ respectivamente, resulta el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} a_{11}^2 &= \sigma_i^2 \\ a_{11} \ . \ a_{21} &= \sigma_i \ . \ \sigma_j \ . \ \rho_{ij} \\ a_{21}^2 + a_{22}^2 &= \sigma_j^2 \end{aligned} \quad \text{que resuelto da:} \quad A = \begin{bmatrix} \sigma_i & 0 \\ \sigma_j \, \rho_{ij} & \sigma_j \sqrt{1 - \rho_{ij}} \end{bmatrix}$$

Si sustituimos los valores hallados en el sistema de ecuaciones (20) teniendo en cuenta que $a_{12} = 0$, obtenemos:

$$\begin{aligned} \Delta f_i &= \sigma_i \ . \ z_1 \\ \Delta f_j &= (\sigma_j \ . \ \rho_{ij}) \ . \ z_1 + \left(\sigma_j \ . \ \sqrt{1 - \rho_{ij}^2} \right) . \ z_2 \end{aligned}$$

De estas ecuaciones podemos deducir lo siguiente:

- Las variaciones del primer factor de mercado: Δf_i dependen únicamente del componente aleatorio z_1.
- Los cambios que se producen en el factor de mercado f_j dependen del mismo componente, lo que demuestra la existencia de correlación, y de un segundo componente que es independiente del primero, por lo que la correlación no es perfecta.

Es evidente que las relaciones planteadas no dependen ni del orden ni de los factores de mercado elegidos, ya que las modificaciones a que hemos sometido las desviaciones estándar de cada uno de los factores de mercado son aleatorias.

8. Generalización a *n* factores.

Si el cambio en el valor de la cartera depende de las variaciones simuladas de n factores de mercado: $\Delta f_1, \Delta f_2, \ldots, \Delta f_n$, el procedimiento de cálculo de los parámetros que permiten hallar las varianzas y covarianzas se puede generalizar fácilmente, resultando el sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \Delta f_1 \\ \Delta f_2 \\ \vdots \\ \Delta f_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{12} & a_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}$$

Como resulta un sistema cuya matriz de coeficientes es triangular su solución es muy sencilla de obtener. Se debe cumplir además en todos los casos que la matriz de coeficientes ha de ser definida positiva porque existe correlación entre todos los factores de mercado. Si fuera semidefinida positiva, habría de admitirse correlación nula entre algunos de ellos.

9. Simulación de los cambios en el valor de la cartera.

Ahora debemos introducir los cambios en los factores $\Delta f_1, \Delta f_2, \dots, \Delta f_n$ en el valor de la cartera, para poder obtener las variaciones en el valor de la cartera: $\Delta P = \sum_{i=1}^{n} c_i \, . \, \Delta f_i$.

Para ello procederemos de la siguiente manera:

1. Calculamos el valor de la cartera en el momento que se inicia el análisis: $P(t_0)$ con los valores de los factores de mercado en la misma fecha.

2. Valoramos la cartera con las *s* simulaciones de los factores de mercado, tenemos pues un total de *s+1* valoraciones de la cartera.

3. Calculamos las diferencias entre los valores de la cartera obtenidos mediante simulación y el valor inicial de la cartera hallado en (1), con lo que tenemos *s* cambios simulados del valor de la cartera.

A partir de aquí procedemos como en los dos métodos anteriores a calcular el VAR y el intervalo de confianza para el nivel deseado.

10. Extensión y limitaciones del método de simulación propuesto.

Es posible que los factores de mercado utilizados para determinar el valor de un instrumento financiero sean específicos de dicho instrumento; en general, serán pocos factores, entre uno y tres como máximo. En este caso las relaciones causa-efecto que determinan los cambios de valor entre factores e instrumentos se conocen y han sido contrastadas, de manera que simular los efectos sobre el valor de la cartera es una tarea relativamente sencilla; el método de simulación propuesto no debe hacer olvidar que estas relaciones contrastadas son más efectivas a la hora de calcular varianzas y covarianzas entre factores y sobre el valor de la cartera que los sistemas de ecuaciones planteados con el objetivo de hallar dichos parámetros. Por ejemplo, si se trata de determinar el valor futuro de una cartera de acciones existen los métodos conocidos como el CAPM, modelos de arbitraje, etc., que deben utilizarse en el proceso de simulación en vez del método propuesto; éste no es más que un método general que sirve para valorar la cartera como un todo pero nunca debe suplir a los métodos tradicionales que han mostrado sobradamente su eficacia.

Ocurre lo mismo en el caso de bonos para el que también tenemos métodos de valoración contrastados y en cuyas fórmulas entran a formar parte factores de mercado específicos, por ejemplo, al valorar una nota a tipo flotante sobre el Libor denominada en una divisa, utilizamos la curva de tipos cupón cero de aquella divisa y al plazo estipulado que evidentemente no será la misma curva de tipos de otro bono denominado en la misma divisa pero con un plazo de amortización distinto.

Éste es el método conocido como de revaluación de la cartera que se puede aplicar de manera general a todos los instrumentos que forman parte de la misma. Es evidente que este método es el más exacto de todos pero tiene el inconveniente que es muy costoso en tiempo y en recursos monetarios, ya que valorar instrumentos financieros que son contratos como futuros, opciones, etc., miles de veces implica implementar un *software* informático muy costoso y como la información se debe obtener en un plazo corto de tiempo, prácticamente en tiempo real, se introduce un nuevo elemento que encarece el proceso. En este caso se puede utilizar el método que proponemos a continuación.

11. Valoración paramétrica de la cartera teniendo en cuenta no-linealidades.

Dado que con el método de simulación se puede «simular» todo, también podemos admitir que la relación entre los cambios en el valor de la cartera y las variaciones en los factores de mercado sea no lineal, para ello tan sólo basta conseguir, mediante estimaciones basadas en observaciones de mercado pasadas, los valores de los términos de segundo orden (parámetros) e incluso de tercero, si es necesario, de la ecuación que expresa la variación del valor de la cartera.

Supongamos que las variaciones del valor de la cartera dependen de los cambios simulados en los factores de mercado mediante una función que se puede aproximar de la siguiente forma:

$$\Delta P = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial P}{\partial f_i} \, . \, \Delta f_i + \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial P}{\partial f_i} \, . \, \Delta f_i \right]^2 + \frac{1}{3!} \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial P}{\partial f_i} \, . \, \Delta f_i \right]^3 + \ldots$$

De manera que si ΔP sólo depende de los incrementos de los factores hasta el segundo orden, resulta:

$$\Delta P \cong \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial P}{\partial f_i} \,.\, \Delta f_i + \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial P}{\partial f_i} \,.\, \Delta f_i \right]^2 =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial P}{\partial f_i} \,.\, \Delta f_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 P}{\partial f_i^2} \,.\, (\Delta f_i)^2 + \sum_{i \neq j}^{n} \frac{\partial^2 P}{\partial f_i \partial f_j} \,.\, \Delta f_i \,.\, \Delta f_j$$

Como ya hemos indicado antes, las primeras derivadas son las «deltas» y las segundas derivadas dobles son las «gammas» [9] (o las derivadas primeras de las deltas), y las segundas derivadas mixtas son las correlaciones entre los distintos factores de mercado; ahora por hipótesis son todas distintas de cero.

Al igual que ocurre con las deltas, se pueden obtener estimaciones de las gammas, de las correlaciones, de las varianzas y de las covarianzas, y simular a partir de ahí los cambios en el valor de la cartera. Para poder obtener niveles de confianza satisfactorios se deben introducir hipótesis de comportamiento sobre todos los parámetros que influyen en la variación del valor de la cartera. Como hemos visto en la estimación del VAR mediante el método de simulación es fácil de conseguir que tales hipótesis se cumplan, por tanto, es éste un procedimiento muy adecuado para carteras que contienen opciones y otros instrumentos parecidos como *caps*, *floors*, *collars*, etc., y en general, todos aquellos que de una manera u otra se puedan asimilar a opciones, como pueden ser los modernos productos estructurados de la banca.

IX. LA METODOLOGÍA VAR DE LOS BANCOS

Desde que JP MORGAN adjuntó a sus estados financieros unas cifras que reflejaban la posibilidad de que los rendimientos esperados de sus posiciones abiertas en derivados no fueran las esperadas, y que como consecuencia de su política de prudencia, pudiera anunciar en los siguientes ejercicios trimestrales una mejora en los resultados en tales posiciones, todas las entidades financieras tomaron conciencia de que era mejor «coger el toro por los cuernos» [10] y pasar a la acción en un

9 Se utiliza para expresar el tipo de cambio en la delta de cualquier posición sobre derivados debido a un cambio en el subyacente.

10 Un equivalente a esta alocución es el título de un artículo debido a Dan HERON y Richard IRVING (1997) «Banks Grasp the VAR Nettle» y publicado en *Risk*, junio de 1996, págs. 16 a 21.

doble sentido: por un lado, utilizar una metodología igual o parecida a la diseñada por JP MORGAN y por otro lado, siguiendo el ejemplo de JP MORGAN, ofrecer a sus clientes dicha metodología de forma también gratuita. Según los autores citados en la nota al pie no fue el altruismo lo que guió a JP MORGAN a ofrecer de manera gratuita al público sus programas y métodos de cálculo del VAR, sino el deseo de fijar una referencia metodológica *(benchmark)* en su diseño y cálculo posterior.

Risk Metrics se inició el año 1994 y el método que utiliza responde al que nosotros hemos denominado paramétrico (entre otras denominaciones); considera que los cambios en el valor de la cartera dependen de manera lineal de las variaciones diarias de los factores de mercado de los que supone conocidos todos sus estadísticos, en particular medias, varianzas, covarianzas y factores de correlación. Supone que estas variaciones diarias en los factores siguen una distribución normal y que la volatilidad del rendimiento de los factores es estable en el tiempo, lo cual le permite trasladar la normalidad de la distribución a los cambios en el valor de la cartera y aplicar una regla que se ha hecho famosa en la literatura económico-financiera de divulgación del VAR que se conoce con el nombre de «la raíz cuadrada del incremento del tiempo» por medio de la cual se calcula el VAR de un día (que de hecho es una desviación estándar) y para pasar al VAR de una semana con cinco días hábiles se multiplica por la raíz cuadrada de cinco. Éste es el peligro de la divulgación, quedan *in mente* unas cuantas reglas y se corre el peligro de que una metodología que en principio es correcta, se vea vituperada porque sólo se aprenden esas reglas sin profundizar en la metodología de Risk Metrics.

Las críticas más duras al método provienen sobre todo de otros analistas de bancos de la competencia que han desarrollado sus propios paquetes informáticos y quieren entrar en el mercado de la metodología del VAR o pasar a ocupar un puesto preeminente en el mercado del *software*. Independientemente de todas las disputas que sólo conducen a ver cuál es o puede ser el método hegemónico, a Risk Metrics se le puede criticar en los siguientes aspectos cruciales que influyen en la determinación y cálculo del VAR:

1. La relación de linealidad entre el cambio del valor de la cartera y las variaciones de los factores de mercado, lo cual hace que la volatilidad de los instrumentos con relaciones no lineales no queda reflejada adecuadamente.

2. La hipótesis de normalidad presente en las variaciones de los rendimientos de los factores.

3. La estabilidad temporal de los parámetros: medias, varianzas, covarianzas y coeficientes de correlación.

4. El criterio seguido para elegir las ponderaciones atribuidas a las observaciones para el cálculo de la volatilidad se considera que es bastante simple, es decir, no utiliza los modelos modernos y más sofisticados para medir la volatilidad, de forma que los detractores llegan a la conclusión de que el modelo es malo porque es simple [11].

---

11 Véase al respecto la respuesta de una crítica de Jacques LONGGERSTAEY y P. ZANGARI (1997) «A transparent Tool». Publicado en *VAR* (1997), págs. 71-74.

5. Y, por último, pero no menos importante, que el intervalo de confianza fijado en todas las estimaciones y predicciones es del 95%. Respecto a esto podemos decir que hay unanimidad: todo el mundo está de acuerdo en que es muy bajo [12].

Además del método reseñado, JP MORGAN lanzó al mercado en marzo de 1996 un método para calcular el VAR basado en la simulación de Monte Carlo, el cual además de que se puede implementar en una hoja de cálculo, tiene la ventaja de que admite la valoración de posiciones en opciones y similares y calcula el VAR por medio de revaluaciones sucesivas de la cartera.

Existen otros métodos desarrollados por bancos de negocios, empresas de *software* financiero, etc. que permiten calcular el VAR siguiendo alguno de los métodos que hemos desarrollado en los epígrafes precedentes; aquí sólo hemos querido presentar uno de ellos, no porque sea el más importante, sino porque consideramos que ha abierto un camino con muchas posibilidades de futuro. Pero como ya hemos destacado en otro lugar y quizá corremos el peligro de repetirnos, el problema del VAR no es un problema de comprender un concepto, su dificultad radica en la seriedad y sencillez de las hipótesis subyacentes para poder calcularlo con eficacia y en la manera que el programa informático diseñado es capaz de asimilar la información en tiempo real de manera que el cálculo resulte rápido. Un programa informático diseñado por «otros» es posible que sea eficaz, rápido, serio, sencillo, y que posea todas las cualidades, pero no olvidemos que es un programa que debe estar integrado en la gestión de la entidad que lo implementa, no es un programa informático flexible y estándar que se compra y se utiliza, es decir, no es un procesador de textos con el que igual se redacta una poesía que una conferencia sobre «La volatilidad del lbex-35», es un **programa que sirve para calcular el VAR con una metodología integrada en él y que en general será muy difícil adaptar a la idiosincrasia de una empresa en particular**. Ésta es una razón, entre otras que nos animó a redactar estas líneas. El cálculo del VAR se ha de entender hasta el más mínimo detalle, entre otras cosas, porque se **aplican técnicas estadísticas a un concepto que no es estadístico.**

X. EL VAR A FONDO: COMPARACIÓN DE LOS DIFERENTES MÉTODOS

Calcular un VAR que resulta erróneo representa un riesgo que no es desdeñable; supongamos una cartera que dos analistas financieros someten a un análisis VAR utilizando la misma metodología, la misma información y/o idénticas simulaciones, pero cada uno con sus propias estimaciones de riesgo futuro, es decir, de volatilidad, de manera que el primer analista financiero llega a una cifra VAR que **subestima** el verdadero valor y que el segundo ofrece una suma que **sobrestima** el valor real del VAR; las dos estimaciones se han obtenido con idénticos intervalos de confianza y para el mismo horizonte temporal.

12 Recordemos a este respecto que el BIS lo fija en un 99%.

Si se toman decisiones de capital-riesgo sobre la primera cartera se pondrá en peligro la estabilidad financiera ya que se asumen mayores riesgos de los que aconseja el verdadero VAR. Por el contrario, con la cifra VAR estimada por el segundo analista se pierden oportunidades de obtener beneficios ya que se aconseja que no se tomen posiciones de riesgo cuando el verdadero VAR lo permitiría. En consecuencia, **una estimación inadecuada del VAR da lugar a situaciones de riesgo que no se debieran asumir o a una pérdida de oportunidades al abstenerse en negocios con riesgos perfectamente asumibles**.

Esto es aplicable a la elección de la metodología VAR: ¿cuál se debe elegir? Es evidente que si el criterio de elección se basa en «gastar poco», ya podemos rechazar el método de simulación y elegir un método que esté en *Internet* porque será el más barato; lo cual quizás es cierto a corto plazo, sobre todo si no tenemos en cuenta el riesgo de implementación que expondremos más adelante. Supongamos pues, para fijar ideas, que nos es indiferente el precio y queremos utilizar el mejor método. BEDER [13] ha realizado un trabajo en el que resume en siete lecciones su experiencia de tres años en la gestión del riesgo con métodos VAR:

- Lección primera: para instrumentos con funciones de precio no lineales, el VAR tipo varianza/covarianza minimiza el riesgo. (Se refiere a que el VAR obtenido está subestimado debido a que faltan términos de orden superior de la fórmula de TAYLOR).

- Lección segunda: cifras obtenidas mediante el VAR histórico comparadas con las del VAR simulado pueden diferir drásticamente. (En un trabajo anterior, BEDER [14] llegó a demostrar que ordenando las varianzas de los diferentes VAR obtenidos sobre una misma cartera había diferencias de hasta 14 veces, dependiendo del método utilizado y del horizonte temporal [15]).

- Lección tercera: el *mapping* puede perjudicar el valor del VAR. (El *mapping* se refiere al hecho de expresar el cambio en el valor de la cartera mediante una combinación lineal de las variaciones en los factores de mercado).

- Lección cuarta: hipótesis pobres acerca de la diversificación pueden conducir a resultados imperfectos. (Se refiere a la utilización de pocos factores de mercado).

- Lección quinta: combinar VAR ajustados procedentes de diferentes períodos de tiempo puede que resulte engañoso. (Se refiere a sumar dos VAR calculados con cambios temporales distintos, por ejemplo, un día y una semana; al convertirlos al mismo intervalo de tiempo se producen errores de estimación).

---

13 BEDER, T. S. (1996) «Report Card on VAR: High Potential but Slow Starter», *Bank Accounting and Finance*, vol. 10.

14 BEDER, T. S. (1995) «VAR: Seductive but Dangerous», *Financial Analysts Journal*, September/October.

15 Como casi siempre estas diferencias se producen en carteras que contienen opciones e instrumentos similares o asimilados: el método paramétrico varianza/covarianza seguro que subestima el VAR.

- Lección sexta: los VAR pueden resultar menos comparables de lo que parece. (Se refiere a las colas de las funciones de densidad subyacentes, si una es más gruesa que otra, aunque los intervalos de confianza sean iguales no se podrán comparar).

- Lección séptima: criterios y medidas contables y económicos no pueden entremezclarse. (Muchas entidades financieras utilizan el VAR de acuerdo con patrones establecidos en la sala de tesorería, teniendo como objetivo gestionar la volatilidad de los ingresos, se produce entonces un conflicto de intereses que puede desvirtuar el concepto y la aplicabilidad del VAR).

Ésta es una desiderata formulada hace ya dos años de lo que debe ser y de lo que no debe ser un método para calcular el VAR, pero como siempre esta crítica tiene el punto de mira puesto en Risk Metrics y en el método histórico y no contempla el método de simulación, por ejemplo. En el mismo artículo BEDER plantea los criterios que, a su juicio, debe cumplir una metodología VAR referidos a una cartera simple y altamente líquida, que no vamos a reproducir aquí porque se trata de criterios que ya hemos repetido anteriormente.

1. Riesgo de implementación.

En este epígrafe queremos hacer algunos comentarios acerca de la implementación de una metodología VAR en una organización financiera, por tanto, la comparación entre los diferentes métodos presentados sólo la **realizaremos en términos de eficacia, considerando que es una actividad nueva que se puede llevar a cabo con ciertas garantías de éxito**. No queremos comparar distintos modelos de cálculo del VAR desde el punto de vista de la eficacia o de la exactitud estadística, ni tampoco nos preocupa saber si se produce durante el proceso de cálculo lo que se ha convenido en denominar el riesgo del VAR, es decir, el riesgo de tomar una cifra de VAR como verdadera cuando es falsa; en cambio, sí queremos comentar algo acerca de las dificultades que se presentan a la hora de implementar con éxito una metodología de cálculo del VAR.

Con referencia a la dificultad de implementación de los diferentes métodos de estimación, el que presenta mayores problemas es el de simulación estocástica, básicamente porque es un proceso complejo de desarrollar que precisa formar un equipo heterogéneo en cuanto a conocimientos y experiencia, y porque existe el peligro que prive la rigurosidad científica y el prurito de la exactitud, sobre la eficacia y diligencia a la hora de conseguir y presentar resultados: el VAR es sólo una cifra que se calcula diariamente [16].

---

16 Dennis WEATHERSTONE, que fue *chairman* de JP MORGAN pidió que le entregaran diariamente un informe de una página después de la hora de cierre en el cual se debía resumir la exposición al riesgo de mercado de sus posiciones abiertas y realizar una estimación de las pérdidas potenciales durante las próximas 24 horas. El resultado fue el famoso «4.15 Report» así denominado porque se entregaba cada día a esa hora. Citado en Nick REED (1997) «Variations on a Theme», en *VAR*, págs. 23 a 26.

En un primer momento, el riesgo de implementación radica más en la compra de un *software* inadecuado que en la elección de un método; es posible que el método no sea el mejor pero esto no quiere decir que sea malo, en cambio un paquete informático puede resultar absolutamente inservible, se ha efectuado un gasto inútil que además ha acarreado una pérdida de tiempo: el que se ha gastado hasta descubrir que aquella aplicación informática no era adecuada; pero puede ocurrir algo todavía peor, que se utilice y se obtengan cálculos erróneos del VAR.

El riesgo más importante de implementación procede de la necesidad de adecuar la información a las exigencias del paquete informático; en este sentido es importante destacar que la información a introducir procede tanto del exterior como de la propia empresa. La información externa se obtiene de los mercados y a través de las fuentes habituales: *Reuters*, *Telerate*, etc., mientras que la interna se ha de obtener organizando adecuadamente los canales de información, básicamente contable. La mayor parte de la información externa se debe elaborar para introducirla en la hoja de cálculo y proceder a efectuar los cálculos necesarios del VAR.

Risk Metrics tiene una doble ventaja con respecto a lo que acabamos de apuntar en el párrafo anterior: tanto la información, que ya está elaborada como el método se encuentran a disposición de quien quiera utilizarlos. Se puede ir adaptando gradualmente y existe experiencia sobrada para recibir ayuda de cualquier tipo; esto lo hace adecuado cuando una entidad financiera quiere empezar a calcular el VAR y se decide por iniciarse con un método sencillo y que sea fácil de implementar.

Otra faceta del riesgo de implementación tiene que ver con la complejidad de los instrumentos que forman parte de la cartera; de por sí la valoración de un derivado es difícil y en según qué derivados existe más de un criterio de valoración ¿Cuál se debe elegir para predecir su valor futuro? Se puede considerar que éstos no son problemas del VAR, ya que la metodología básica del VAR trata de valorar cualquier instrumento mediante una combinación lineal de factores de mercado, es decir, que el VAR fija su propio criterio de valoración; pero que no sea un problema típico del VAR no quiere decir que no le afecte: le afecta y mucho. A título de ejemplo tomemos los avances en materia de valoración que se consideran modernos en la simulación estocástica: algunos autores proponen como alternativas a la metodología tradicional del VAR la revaluación de los instrumentos más complejos que forman parte de la cartera; esta revaluación no se hace a través de los factores de mercado sino que se hace directamente a través de «la fórmula o el proceso apropiado de revaluación de cada contrato, introduciendo primero el conjunto de tipos de mercado vigentes y a continuación los tipos de mercado simulados» [17]. Si para valorar el riesgo de un instrumento financiero, como puede ser un contrato de futuros o una opción sobre un contrato de futuros, no aplicamos la metodología básica del VAR sino que seguimos los criterios tradicionales de valoración, por muchas simulaciones que hagamos no estamos aplicando VAR.

17 Evan PICOULT (1997) *op. cit.*, pág 88.

De manera expresa hemos tomado como ejemplo un caso extremo, pero hay muchos ejemplos intermedios de propuestas de cálculo del VAR que con la excusa de la exactitud son tan complicadas que son capaces de desanimar a cualquiera. **Creemos que de un concepto fácil de entender que se ha dotado de una implementación informática sencilla, se está pasando a un conjunto de conceptos lejanamente relacionados con el VAR con un aparato matemático-estadístico subyacente** (procesos de Wiener para calcular la volatilidad, redes neuronales para obtener variaciones en los factores de mercado, etc.) **que no está al alcance de cualquiera y con una implementación informática lenta y tediosa que precisa una ingente cantidad de información para su desarrollo**.

En definitiva, y a modo de conclusión de este apartado, el riesgo de implementación también está ligado a la dificultad de entender los instrumentos financieros y su forma de valoración; en este sentido resultan curiosos los resultados de una encuesta [18] entre vendedores de software de VAR a la pregunta de «indique el grado de dificultad para calcular el VAR» de algunos instrumentos financieros, establecieron el siguiente orden (en media y de mayor a menor dificultad):

1. *Caps* y *floors* de tipos de interés.
2. Opciones sobre divisas.
3. *Swaps*.
4. Bonos.
5. FRA's.
6. Contratos sobre divisas a plazo.
7. Depósitos del mercado monetario.

No cabe duda de que los vendedores están pensando en metodología VAR pura: establecer la combinación lineal entre variaciones de precio de los cuatro primeros y los cambios en los factores de mercado correspondientes es muy difícil; lo único que puede sorprender es que tenga más grado de dificultad el cálculo del VAR de un bono que de un FRA, pero hay dos razones: primera, un contrato FRA es a corto plazo, y segunda, que en cuanto a su valor disponemos de una contrastación permanente en el mercado: la cotización de los contratos de futuros sobre tipos de interés.

[18] MARSHALL, C. y M. SIEGEL (1997) «Value-at-Risk: Implementing a Risk Measurement Standard», Cap. 28 del *VAR*, Risk Publications, London, págs. 257-273.

XI. VOLATILIDAD Y CORRELACIÓN

Un cálculo del VAR está íntimamente relacionado con la estimación correcta de la volatilidad de los instrumentos que forman parte de la cartera. Cualquiera de los métodos descritos calculan el VAR suponiendo que la matriz de varianzas y covarianzas es estable durante un período de tiempo y que se consideran cambios diarios en los valores.

Por otro lado se da la misma importancia a todas las variaciones tanto si son de ayer como de hace un año. Es evidente que un proceso de cálculos complejos como el que nos ocupa se ha de rodear de un conjunto de hipótesis que lo simplifique tanto como se pueda, siempre y cuando se mantengan dichos supuestos dentro de lo que se considera razonable. Vamos a proseguir este epígrafe dando un repaso al concepto subyacente del VAR: la volatilidad, destacando sobre todo las dificultades que entrañan su medición.

La volatilidad que estamos aludiendo en el cálculo del VAR hace referencia a una medida de la intensidad de los cambios aleatorios en el rendimiento de un título o instrumento financiero. Gráficamente la asociamos a la evolución temporal de una línea quebrada con muchos altibajos irregulares; hablamos de períodos de alta volatilidad o de baja volatilidad o más generalmente de *clusters* de volatilidad, para referirnos a períodos de tiempo en los que se concentra una determinada clase de volatilidad. Situándonos dentro de un *cluster* es muy fácil efectuar predicciones, pero, ¿cuánto dura un *cluster*? ¿unas horas, unos meses o una década? Pero todavía hay más, dentro de un período de volatilidad alta es muy posible que nos encontremos con algún que otro *cluster* en el que la volatilidad sea baja, es decir, nos hallamos ante un *cluster of outliers*, es decir, períodos que rompen con la tónica general del mismo. La máxima que nos indica que a un período con gran volatilidad seguirán períodos con volatilidad también alta se ha roto por la aparición de un *cluster* de volatilidades bajas.

Pero hay más preguntas: ¿cuál debe ser la frecuencia usada para medir la volatilidad? Elegir un período largo, es decir, utilizar bajas frecuencias puede ser peligroso porque puede esconder períodos de alta volatilidad; por el contrario efectuar las observaciones frecuentemente, calculando la volatilidad a partir de las mismas puede introducir turbulencias y presiones que desvirtúen hasta cierto punto la volatilidad obtenida como punto de referencia o de medida de volatilidad de mercado. De todas maneras está más de acuerdo con el concepto de volatilidad esta segunda forma de obtener la volatilidad que la primera en el sentido que nos está dando más información acerca de lo que estamos buscando: la volatilidad del valor o de la rentabilidad de mercado de un instrumento financiero.

Llegados a este punto hay dos cuestiones que nos gustaría aclarar: la primera hace referencia al método de simulación estocástica aplicado al cálculo de la volatilidad de un factor de mercado, que es en definitiva lo que se persigue aunque se le cambie el nombre. La segunda cuestión tiene que ver con la introducción por parte de algunos investigadores de métodos más sofisticados para el cálculo de la volatilidad.

Respecto a la primera cuestión, se acostumbra a contraponer la volatilidad obtenida por medio del método de la simulación histórica con la obtenida mediante el método de la simulación estocástica: no hemos hallado ningún estudio empírico que demuestre que la primera es mejor que la segunda. Pero también hemos encontrado muchas referencias entre los investigadores del VAR, sobre todo entre los pioneros que defienden desde el punto de vista metodológico la primacía de la primera sobre la segunda. Las razones de ambas posiciones son claras, la simulación histórica tiene la ventaja sobre la estocástica que recoge la información acerca de los *clusters of outliers* y la incorpora al análisis de la volatilidad, la simulación estocástica no los puede recoger, sencillamente porque no existen y si lo queremos incluir ¿cuántos ponemos? ¿uno en cada simulación? Si propusiéramos algo parecido nos contestarían que esto no es serio y tendrían razón. Por el contrario con una simulación estocástica podemos cumplir con todos los requisitos estadísticos, siempre y cuando no nos salgamos de la normalidad. En este sentido los resultados obtenidos son irreprochables cumpliendo con todos los tests, intervalos de confianza, etc., que les impongamos.

Algunos investigadores se han dado cuenta que este último método es estadísticamente bueno, pero poco verosímil y aunque el método de simulación histórica es mejor en este sentido, pero la muestra (histórica) no se puede alargar, han optado por utilizar métodos más refinados en el cálculo de la volatilidad histórica de los factores. Modelos lineales y no lineales que se aplican al estudio de series temporales como los *ARIMA, ARMA, GARCH, EGARCH, Threshold,* y un innumerable etcétera, llenan los libros y los artículos de revista que tratan de calcular el VAR de una cartera a través de la volatilidad de los factores de mercado. Con esta irrupción se ha producido un fenómeno similar al que hemos descrito anteriormente, se ha ganado en rigor estadístico pero se ha perdido eficacia en el cálculo del VAR y lo que es peor se corre el peligro de desvirtuar el análisis del VAR.

A modo de **conclusión**: sería de desear que en los desarrollos posteriores de los métodos para calcular el VAR se tuviera en cuenta el **PRINCIPIO DE PARSIMONIA que nos recomienda privilegiar entre modelos aquel que tenga una formulación más sencilla y un cálculo más fácil**. La aplicación de este principio, que debe regir como norma general la elección de modelos igualmente aptos para explicar las relaciones entre variables, tiene todavía un mayor sentido si, como en el caso del VAR, **la rapidez en el cálculo y en la obtención de resultados son elementos determinantes en la utilidad del modelo**.

BIBLIOGRAFÍA

ALLEN, M. (1994) «Building a Role Model», *Risk,* Vol. 7, N.º 9, págs. 73-80.

BEDER, T. S. (1995) «VAR: Seductive but Dangerous» *Financial Analysts Journal,* September-October.

BEDER, T. S. (1997) «Report Card on VAR: High Potential but Slow Starter», Cap. 18, págs. 123-132. En *VAR Undertstanding and Applying Value-at-Risk,* Risk Publications, London.

BOUDOUKH, J., M. RICHARDSON y R. WHITELAW (1995) «Expect the Worst», *Risk*, Vol. 8, N.º 9, págs. 100-101.

DERMAN, E. (1996) «Model Risk», Cap. 12, págs. 83-88. En *VAR Undertstanding and Applying Value-at-Risk*, Risk Publications, London.

HENDRICKS, D. (1997) «Evaluation of Value-at-Risk Models using Historical Data», Cap. 21, págs. 150-171. En *VAR Undertstanding and Applying Value-at-Risk*, Risk Publications, London.

HERON, D. y R. IRVING (1996) «Banks Graps the VAR Nettle», *Risk* en Value-at-Risk Supplement, June, págs. 16-21.

LAWRENCE, C. y G. ROBINSON (1995) «How Safe is Riskmetrics?» *Risk*, Vol. 8, N.º 1, págs. 26-29.

LAWRENCE, C. y G. ROBINSON (1995) «Liquid Measures», *Risk*, Vol. 8, N.º 7, July, págs. 52-55.

LAWRENCE, D. (1997) «The Value-at-Risk Approach to Credit Risk Measurement», Cap. 2 del *Risk Management for Financial Institutions*, Risk Publications, London.

LEONG, K. (1996) «The Right Approach» *Risk* en Value-at-Risk Supplement, June, págs. 9-14.

MAKAROV, V. (1997) «Value-at-Risk and Beyond: The Comprehensive Measurement of Market Risk» Cap. 3 del *Risk Management for Financial Institutions*, Risk Publications, London.

MARSHALL, C. y M. SIEGEL (1997) «Value-at-Risk: Implementing a Risk Measurement Standard», Cap. 28, págs. 257-273. En *VAR Undertstanding and Applying Value-at-Risk*, Risk Publications, London.

NOUY, D. (1996) «Renforcer la couverture des risques de marché», Banque, n.º 569, Avril, págs. 18-22.

ONG, M. (1997) «Explaining the Asumptions Used in the Measurement of Value-at-Risk, Cap. 1 del *Risk Management for Financial Institutions*, Risk Publications, London.

PAYANT, R. (1997) «Why VAR is in Vogue» Cap. 15, págs. 103-108, en *VAR Undertstanding and Applying Value-at-Risk*, Risk Publications, London.

PAUL-CHOUDURY, S. (1996) «Optional Extras» *Risk* en Value-at-Risk Supplement, June, págs. 23-25.

PICOULT, E. (1997) «Calculating Value-at-Risk with Monte Carlo Simulation», Cap. 6 *del Risk Management for Financial Institutions*, Risk Publications, London.

REED, N. (1996) «Variations on a Theme» *Risk* en Value-at-Risk Supplement, June, págs. 2-4.

SHIMKO, D. (1995) «What is VAR?» *Risk*, Vol. 8, N.º 12, pág. 27.

SIMONS, K. (1997) «Value-at-Risk New Approaches to Risk Management», Cap. 19, págs. 133-140. En *VAR Undertstanding and Applying Value-at-Risk*, Risk Publications, London.

SMITHSON, Ch. y M. MINTON (1996) «Value at Risk» *Risk*, vol. 9, N.º 1, January, págs. 25-27.

SMITHSON, Ch. y M. MINTON (1996) «The Right VAR», Cap. 3, págs. 31-34. En *VAR Undertstanding and Applying Value-at-Risk*, Risk Publications, London.

VILLAZÓN, C. y L. SANOU (1993) *Matemática Financiera*, Ediciones Foro Científico, Barcelona.

WILSON, D. (1995) «VAR in Operation» *Risk*, Vol. 8, N.º 12, págs. 24-25.